

2重球面鏡アンテナの設計法

浦崎 修治*・木本 康造**

(平成23年10月1日受付)

Design Method for a Double Spherical Reflector Antenna

Shuji URASAKI and Kozo KIMOTO

(Received Oct. 1, 2011)

Abstract

I show design method of a double spherical reflector antenna that consists of the main reflector and the sub-reflector that are concentric spherical surface, the additional reflector that removes spherical aberrations, and the primary radiator. First of all, I define the design parameters in order to design the additional reflector that is non-quadratic surface. Next, it is shown for all the design parameters to be unable to design the additional reflector. Finally, the amplitude distribution in the aperture of the main reflector is shown for the reflector system where the additional reflector can exist.

Key Words: reflector antenna, aperture antenna, spherical reflector antenna

1. まえがき

主反射鏡を球面鏡、この球面収差を除去する副反射鏡、および一次放射器からなる収差補正形球面鏡アンテナ⁽¹⁾において、開口の振幅分布は逆テーパ分布となり放射特性が劣化することを報告した。また、副反射鏡をもう1枚追加することにより、この逆テーパ分布を任意の分布へ変換できる鏡面修整法も報告した^{(2),(3)}。これらの球面鏡アンテナにおいて、ビーム偏向する場合、主反射鏡を固定できるが副反射鏡と一次放射器を変位させる必要がある。

このビーム偏向時に副反射鏡も固定できる鏡面系として2重球面鏡がある。ここでは、同心円状の球面鏡である主反射鏡、副反射鏡、球面収差を除去する補助反射鏡、および一次放射器からなる2重球面鏡アンテナにおいて、まず設計パラメータを定義して非2次曲面である補助反射鏡の鏡面設計法を示す。次に、すべての設計パラメータに対して補助反射鏡を設計できないことを示す。最後に、補助反射鏡が存在できる鏡面系において、主反射鏡の開口面上における振幅分布を示す。

2. 鏡面設計

図1に、鏡軸である z 軸に関して回転対称な2重球面鏡アンテナを示す。ここで、主反射鏡および副反射鏡は z 軸上の点 C を中心とする球面鏡である。主反射鏡の周辺

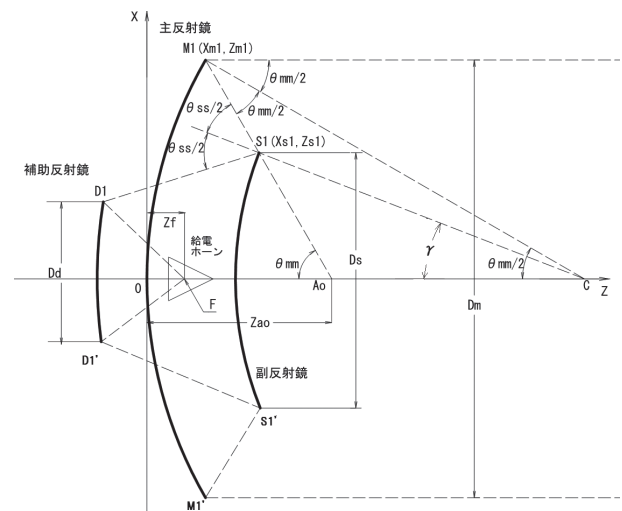


図1 2重球面鏡アンテナ

* 広島工業大学電気システム工学科

** 広島工業大学大学院工学系研究科電気電子工学専攻

た光線が反射して副反射鏡上の点 $S(x_s, z_s)$ に向うものとする。また、この反射光線の延長と z 軸となす角を θ_m とする。

この x_m はパラメータとして与えると z_m , θ_m は次のようになる。

$$z_m = R_m \left[1 - \cos\left(\frac{\theta_m}{2}\right) \right] \quad (20)$$

$$\theta_m = 2 \sin^{-1}\left(\frac{x_m}{R_m}\right) \quad (21)$$

ここで、角度 $\angle MCS$ を δ とすると次のようになる。

$$\sin\left(\delta + \frac{\theta_m}{2}\right) = \frac{R_m}{R_s} \sin \frac{\theta_m}{2} \quad (22)$$

上式から δ を求めると、 x_s, z_s は次のようになる。

$$x_s = R_s \sin\left(\frac{\theta_m}{2} - \delta\right) \quad (23)$$

$$z_s = R_m - R_s \cos\left(\frac{\theta_m}{2} - \delta\right) \quad (24)$$

点 A_0 を含み、 z 軸と垂直な面、すなわち開口面と点 M に入射する光線との交点を A 、点 M での反射光線の延長と z 軸との交点を B とする。また、点 S で反射した光線が補助反射鏡上の点 $D(x_d, z_d)$ でさらに反射して焦点 F に集束するものとする。

開口面上の点 A から焦点 F までの全光線路長は L であるから、点 D は点 S と点 F を焦点とする楕円面上の点となり、 $|MS|$ を ρ とすると次式が得られる。

$$|\overline{SD}| + |\overline{DF}| = 2a \quad (25)$$

$$= L - (z_{a0} - z_m) - \rho \quad (26)$$

$$\rho = R_m \cos \frac{\theta_m}{2} - R_s \cos\left(\frac{\theta_m}{2} + \delta\right) \quad (27)$$

ここで、 a は楕円の定数である。

点 S での反射光線と楕円との交点が点 D であり、この反射光線 $|\overline{SD}|$ と $|\overline{SF}|$ とのなす角を ξ とすると次のようになる。

$$\xi = \theta - 2\delta \quad (28)$$

$$\tan \theta = \frac{\rho_d \sin \theta_m}{-\rho_d \cos \theta_m + R_m - \frac{R_m}{2 \cos \frac{\theta_m}{2}} - z_f} \quad (29)$$

$$\rho_d = R_s \cos\left(\frac{\theta_m}{2} + \delta\right) - R_m \frac{\cos \theta_m}{2 \cos \frac{\theta_m}{2}} \quad (30)$$

ここで、 θ は角度 $\angle SFB$ 、 ρ_d は $|SB|$ である。

また、点 F 、点 S を焦点とする楕円の焦点距離を f とすると次式で与えられる。

$$2f = -\rho_d \cos(\theta_m + \theta) + \left[R_m - \frac{R_m}{2 \cos \frac{\theta_m}{2}} - z_f \right] \cos \theta \quad (31)$$

ここで、楕円の離心率を e 、角度 $\angle DFS$ を η 、 $|SD|$ を ρ_{sd} 、 $|DF|$ を ρ_{df} とすると次式が得られる。

$$e = \frac{f}{a} \quad (32)$$

$$\rho_{sd} = \frac{a(1-e^2)}{1-e \cos \xi} \quad (33)$$

$$\rho_{df} = 2a - \rho_{sd} \quad (34)$$

$$\sin \eta = \frac{\rho_{sd} \sin \xi}{\rho_{df}} \quad (35)$$

$$\cos \eta = \frac{2f - \rho_{sd} \cos \xi}{\rho_{df}} \quad (36)$$

この η を用いると θ_d は次のようになる。

$$\theta_d = \pi - (\eta + \theta) \quad (37)$$

最後に、補助反射鏡の点 D の座標 x_d, z_d は次のようになる。

$$x_d = x_s - \rho_{sd} \sin 2\delta \quad (38)$$

$$z_d = z_s - \rho_{sd} \cos 2\delta \quad (39)$$

2.3 計算結果

実際に鏡面を設置する場合の条件は、3枚の反射鏡の奥行きが短いこと、副反射鏡に遮られる光線を少なくするために副反射鏡の開口径 D_s の値を小さくすることである。主反射鏡の開口径 D_m を10と固定し4つの入力 $D_s, D_d, \theta_{mm}, z_f$ を変化させて鏡面系を求める。

まず、 D_s を変えた場合を図3に示す。ここで、 $D_d = 3$ 、 $\theta_{mm} = 60^\circ$ 、 $z_f = 1$ である。 D_s の値を小さくすると、点 F から補助反射鏡を見込む角度が増大する。

次に、補助反射鏡開口径 D_d を変えた場合を図4に示す。ここで、 $D_s = 5$ 、 $\theta_{mm} = 60^\circ$ 、 $z_f = 1$ である。 D_d の値を小さくすると、補助反射鏡が z 軸に対して負方向へ移動し、奥行きが増大する。

次に、主反射鏡開口角 θ_{mm} を変えた場合を図5に示す。ここで、 $D_s = 5$ 、 $D_d = 3$ 、 $z_f = 1$ である。 θ_{mm} の値を小さくすると、主反射鏡および補助反射鏡が z 軸に対して正方向へ、副反射鏡が z 軸に対して負方向へ移動し、奥行きが増加する。

最後に、 z_f を変えた場合を図6に示す。ここで、 $D_s = 5$ 、 $D_d = 3$ 、 $\theta_{mm} = 60^\circ$ である。 z_f の値による補助反射鏡の変化は小さい。

図7に、 $D_s = 5$ 、 $D_d = 3$ 、 $\theta_{mm} = 60^\circ$ 、 $z_f = 1$ とした場合、副反射鏡によって遮られない光線を示す。

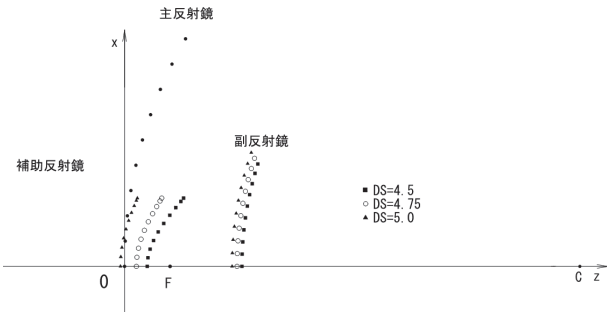


図3 D_s 値変化

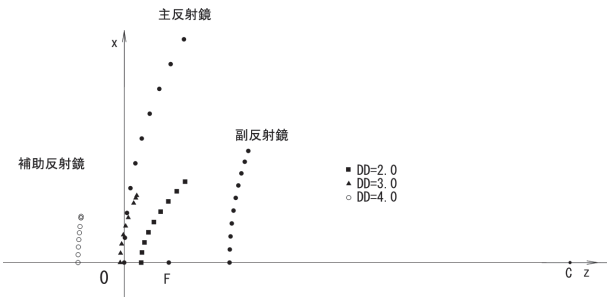


図4 D_d 値変化

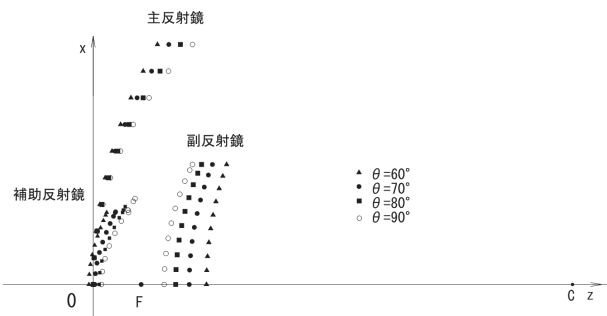


図5 θ_{mm} 値変化

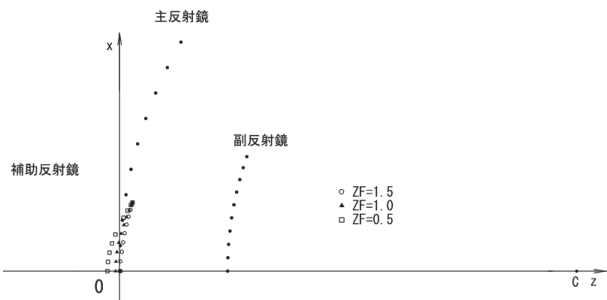


図6 z_f 値変化

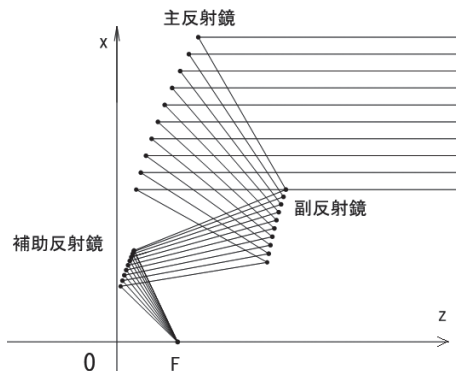


図7 ray tracing

3. 解の存在範囲

3.1 解の存在条件

入力値 α, β, z_f および θ_{mm} を与えると球面鏡である主反射鏡, 球面鏡である副反射鏡, および非2次曲面である補助反射鏡の各鏡面は2章の式を用いて決定できる。しかし, 図8に示すように, 補助反射鏡が歪曲, すなわち補助反射鏡周辺の x 座標よりも大きな x 座標をもつ補助反射鏡鏡面上の点が存在すると, 副反射鏡から補助反射鏡周辺へ向かう光線はブロックされ, 補助反射鏡は機能せず形成できなかったことにならない。

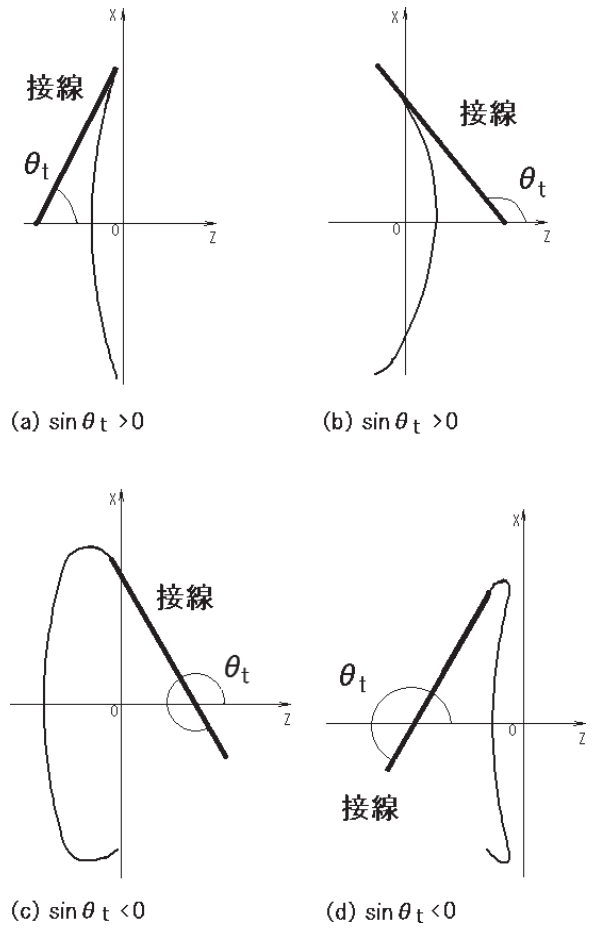


図8 補助反射鏡の形成条件

この形成できるための条件は, 補助反射鏡の周辺における微分値 dx_d/dz_d から求まる接線方向と z 軸とのなす角 θ_t を用いて決めることができ, 次のようになる。

$$\sin \theta_t > 0 \tag{40}$$

ここで, θ_t は補助反射鏡の周辺 $D(x_{d1}, z_{d1})$ における微分値 dx_d/dz_d から求めることができる。

この微分値は補助反射鏡は入力値 α, β, z_f および θ_{mm} で決まるので, 補助反射鏡を形成できる, すなわち解が存在するためには, これらの入力値に対して制約されること

が予想される。

補助反射鏡の周辺における微分値は次のように変形できる。

$$\frac{dx_d}{dz_d} = \frac{dx_d}{d\theta_m} / \frac{dz_d}{d\theta_m} \quad (41)$$

$$= \tan \theta_t \quad (42)$$

$dx_d/d\theta_m$, $dz_d/d\theta_m$ は各々、式 (38), 式 (39) から次のようになる。

$$\frac{dx_d}{d\theta_m} = \frac{dx_s}{d\theta_m} - \frac{d\rho_{sd}}{d\theta_m} \sin(2\delta) - 2\rho_{sd} \cos(2\delta) \frac{d\delta}{d\theta_m} \quad (43)$$

$$\frac{dz_d}{d\theta_m} = \frac{dz_s}{d\theta_m} - \frac{d\rho_{sd}}{d\theta_m} \cos(2\delta) + 2\rho_{sd} \sin(2\delta) \frac{d\delta}{d\theta_m} \quad (44)$$

上式の $dx_s/d\theta_m$, $dz_s/d\theta_m$ は各々、式 (23), 式 (24) から次のようになる。

$$\frac{dx_s}{d\theta_m} = R_s \cos\left(\frac{\theta_m}{2} - \delta\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{d\delta}{d\theta_m}\right) \quad (45)$$

$$\frac{dz_s}{d\theta_m} = R_s \sin\left(\frac{\theta_m}{2} - \delta\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{d\delta}{d\theta_m}\right) \quad (46)$$

ここで、 $d\delta/d\theta_m$ は式 (22) の両辺を θ_m で微分して求めると次のようになる。

$$\frac{d\delta}{d\theta_m} = \frac{R_m \cos \frac{\theta_m}{2}}{2R_s \cos\left(\delta + \frac{\theta_m}{2}\right)} - \frac{1}{2} \quad (47)$$

式 (43), 式 (44) の $d\rho_{sd}/d\theta_m$ は式 (33) から次のようになる。

$$\frac{d\rho_{sd}}{d\theta_m} = \frac{(p+q)}{(1-e \cos \xi)^2} \quad (48)$$

$$p = (1-e \cos \xi) \left[\frac{da}{d\theta_m} (1-e^2) - 2ae \frac{de}{d\theta_m} \right] \quad (49)$$

$$q = -a(1-e^2) \left(-\cos \xi \frac{de}{d\theta_m} + e \sin \xi \frac{d\xi}{d\theta_m} \right) \quad (50)$$

ここで、 $da/d\theta_m$ は式 (25), (26) から、 $de/d\theta_m$, $d\xi/d\theta_m$ は各々、式 (32), (28) から次のようになる。

$$\frac{da}{d\theta_m} = \frac{1}{2} \left(\frac{dz_m}{d\theta_m} - \frac{d\rho}{d\theta_m} \right) \quad (51)$$

$$\frac{de}{d\theta_m} = \frac{1}{a^2} \left(a \frac{df}{d\theta_m} - f \frac{da}{d\theta_m} \right) \quad (52)$$

$$\frac{d\xi}{d\theta_m} = \frac{d\theta}{d\theta_m} - 2 \frac{d\delta}{d\theta_m} \quad (53)$$

上式の $dz_m/d\theta_m$, $d\rho/d\theta_m$, $df/d\theta_m$, $d\theta/d\theta_m$ は各々、式 (20), 式 (27), 式 (31), 式 (29) から次のようになる。

$$\frac{dz_m}{d\theta_m} = \frac{R_m}{2} \sin \frac{\theta_m}{2} \quad (54)$$

$$\frac{d\rho}{d\theta_m} = -\frac{R_m}{2} \sin \frac{\theta_m}{2} + R_s \sin\left(\frac{\theta_m}{2} + \delta\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{d\delta}{d\theta_m}\right) \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \frac{df}{d\theta_m} = & \frac{1}{2} \left[-\frac{d\rho_d}{d\theta_m} \cos(\theta_m + \theta) + \rho_d \sin(\theta_m + \theta) \left(1 + \frac{d\theta}{d\theta_m}\right) \right. \\ & \left. - \frac{R_m}{4} \cos \theta \frac{\sin \frac{\theta_m}{2}}{\cos^2 \frac{\theta_m}{2}} - \sin \theta \frac{d\theta}{d\theta_m} \left(R_m - \frac{R_m}{2 \cos^2 \frac{\theta_m}{2}} - z_f \right) \right] \end{aligned} \quad (56)$$

$$\frac{d\theta}{d\theta_m} = \frac{\cos^2 \theta(u+v)}{\left[-\rho_d \cos \theta_m + R_m - \frac{R_m}{2 \cos^2 \frac{\theta_m}{2}} - z_f \right]^2} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} u = & \left(\sin \theta_m \frac{d\rho_d}{d\theta_m} + \rho_d \cos \theta_m \right) \left(-\rho_d \cos \theta_m \right. \\ & \left. + R_m - \frac{R_m}{2 \cos^2 \frac{\theta_m}{2}} - z_f \right) \end{aligned} \quad (58)$$

$$v = -\rho_d \sin \theta_m \left(-\frac{d\rho_d}{d\theta_m} \cos \theta_m + \rho_d \sin \theta_m - \frac{R_m}{4} \frac{\sin \frac{\theta_m}{2}}{\cos^2 \frac{\theta_m}{2}} \right) \quad (59)$$

ここで、 $d\rho_d/d\theta_m$ は式 (30) から次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_d}{d\theta_m} = & -R_s \sin\left(\frac{\theta_m}{2} + \delta\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{d\delta}{d\theta_m}\right) + \frac{R_m}{2} \\ & \left[\sin \frac{\theta_m}{2} + \frac{\sin \frac{\theta_m}{2}}{2 \cos^2 \frac{\theta_m}{2}} \right] \end{aligned} \quad (60)$$

また、補助反射鏡は副反射鏡に関して、主反射鏡側に配置されないと鏡面系は構成できない。2. 1 節で示した外形寸法を用いると構成できるための条件は次のようになる。

$$Z_{s1} > Z_{d1} \quad (61)$$

上式に式 (7), (14) を代入すると次のようになる。

$$\alpha > \beta \quad (62)$$

3.2 計算結果

入力値は α , β , z_f および θ_{mm} である。ここで、 z_f は一次放射器の焦点 F を球面鏡の中心 C に一致させることから決定する。この場合、ビーム偏向させる場合、一次放射器も固定できる。 θ_{mm} を 40° , 60° および 80° として、横軸を α 、縦軸を β として式 (40) および式 (62) から求まる存在範囲を図 9 に示す。式 (40) から定まる存在範囲は各 θ_{mm} に対して、 $\sin \theta_t = 0$ の条件を満足する境界線から上側の β である。一方、式 (62) から定まる存在範囲は θ_{mm} に関係なく $\alpha = \beta$ の条件を満足する境界線から下側の β である。

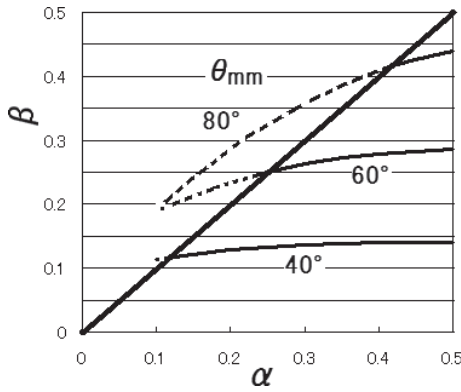


図9 存在範囲

したがって、式 (40) および式 (62) の境界線で囲まれた範囲が解の存在範囲である。

θ_{mm} が 80° の場合は図から存在範囲は狭く、一方、 θ_{mm} が 40° の場合は存在範囲は広いがアンテナ全体の奥行きが広くなり反射鏡全体として不利となる。中間の θ_{mm} が 60° が両者の欠点が無くなるが、 α は大きな値にしか解が存在しないことがわかる。

4. 開口分布

4.1 電力の条件

図10に示すように、給電ホーンの位相中心 F から補助反射鏡上の点 D を見込む角は θ_d 、この D に対応する主反射鏡上の点 M の x 座標は x_m とする。ここで、すべての反射鏡は回転対称な反射鏡であり、また一次放射器であるホーンの放射パターン $P(\theta_d)$ も回転対称とすると、主反射鏡の振幅分布 $Amp(x_m)$ は電力保存法則から次のようになる。

$$P(\theta_d) \sin \theta_d d\theta_d = Amp(x_m) x_m dx_m \quad (63)$$

上式から振幅分布 $Amp(x_m)$ は次のようになる。

$$Amp(x_m) = P(\theta_d) \frac{\sin \theta_d}{x_m} \frac{d\theta_d}{dx_m} \quad (64)$$

ここで、 $d\theta_d/dx_m$ は式 (37) から次のようになる。

$$\frac{d\theta_d}{dx_m} = - \left(\frac{d\eta}{dx_m} + \frac{d\theta}{dx_m} \right) \quad (65)$$

上式の $d\eta/dx_m$ 、 $d\theta/dx_m$ は以下の式から求まる。

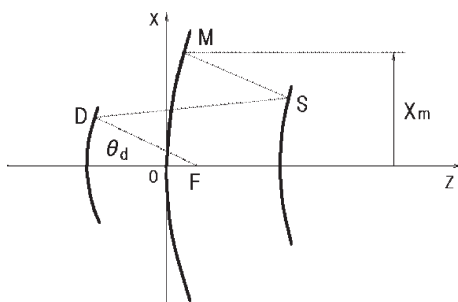


図10 電力保存の法則

$$\frac{d\eta}{dx_m} = \frac{d\eta}{d\theta_m} / \frac{dx_m}{d\theta_m} \quad (66)$$

$$\frac{d\theta}{dx_m} = \frac{d\theta}{d\theta_m} / \frac{dx_m}{d\theta_m} \quad (67)$$

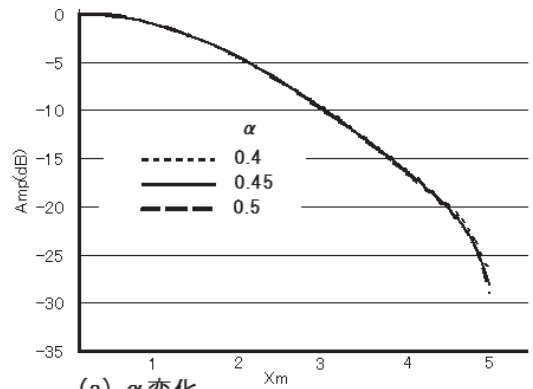
ここで、 $d\theta/d\theta_m$ は式 (57) から求まるが、 $dx_m/d\theta_m$ 、 $d\eta/d\theta_m$ は各々、式 (21)、式 (35) から次のようになる。

$$\frac{dx_m}{d\theta_m} = \frac{R_m}{2} \cos \frac{\theta_m}{2} \quad (68)$$

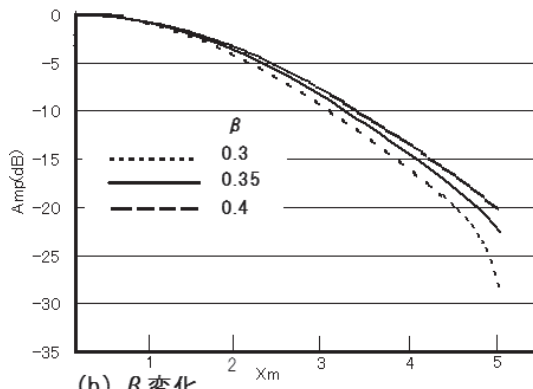
$$\frac{d\eta}{d\theta_m} = \frac{w}{\rho_{df}^2 \cos \eta} \quad (69)$$

$$w = \left(\sin \xi \frac{d\rho_{sd}}{d\theta_m} + \rho_{sd} \cos \xi \frac{d\xi}{d\theta_m} \right) \rho_{df} - \rho_{sd} \sin \xi \frac{d\rho_{df}}{d\theta_m} \quad (70)$$

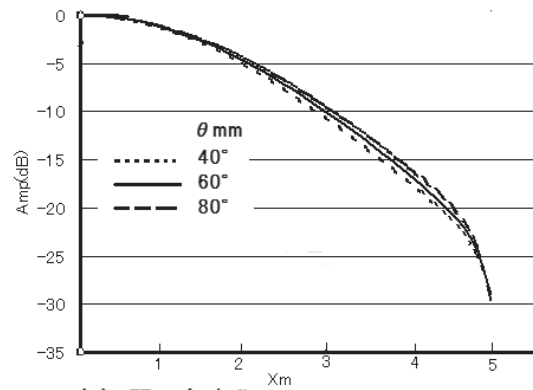
ここで、 $d\xi/d\theta_m$ 、 $d\rho_{sd}/d\theta_m$ は各々、式 (53)、式 (48) か



(a) α変化



(b) β変化



(c) 開口角変化

図11 開口振幅分布

ら求まるが、 $d\rho_{df}/d\theta_m$ は式 (34) から次のようになる。

$$\frac{d\rho_{df}}{d\theta_m} = 2 \frac{da}{d\theta_m} - \frac{d\rho_{sd}}{d\theta_m} \quad (71)$$

なお、式 (63) の $\sin\theta/x_m$ において、 x_m が零の場合、 θ_d も零となるのでこの場合は次のようになる。

$$\frac{\sin\theta_d}{x_m} = -\frac{\frac{d\eta}{d\theta_m} + \frac{d\theta}{d\theta_m}}{\frac{R_m}{2}} \quad (72)$$

4.2 計算結果

ホーンの放射パターン $P(\theta_d)$ を $\cos^n\theta_d$ とする。また、補助反射鏡の周辺レベルを $-Edb$ とすると n は $n = -E/(10\log_{10}\cos\theta_{dd})$ となる。ここで、 θ_{dd} は F から補助反射鏡の周辺を見込む角である。以下の計算において、周辺レベルは -15 dB としている。

図11 (a) は θ_{mm} を 60° とし α を変化させた場合である。ここで、 β は図9の境界線近傍で約0.3である。図11 (b) は θ_{mm} を 60° 、 α は0.5とし β を変化させた場合である。図11 (c) は α を0.5とし、 θ_{mm} を変化させた場合である。ここで、 β は各 θ_{mm} とも図9の境界線近傍にしている。これらの図から、入力値による振幅分布の変化は小さいことがわかる。

5. むすび

補助反射鏡の鏡面が存在するためには、 α が大、すなわち副反射鏡径の大きな範囲に限られ、また、球面収差補正形球面鏡アンテナ⁽¹⁾のように開口において逆テーパ振幅分布とならないことがわかった。

文 献

- [1] 浦崎, “球面収差補正形球面鏡アンテナの設計法”, 信学技報, A・P2009-76 (2009-7).
- [2] 浦崎, 岡田, “回転対称形球面鏡アンテナの鏡面修整法”, 信学技報, A・P2010-52 (2010-7).
- [3] 浦崎, 岡田, “鏡面修整形球面鏡アンテナの設計”, 信学技報, A・P2011-13 (2011-5).