

# MRAS によるロボットの動力的制御 に関する一考察\*

川 辺 尚 志\*\*・吉 田 和 信\*\*

(昭和61年9月29日受理)

## A Consideration of Dynamic Control of Robotics Manipulators Using MRAS\*

Hisashi KAWABE\*\* and Kazunobu YOSHIDA\*\*

(Received Sept. 29, 1986)

The effectiveness of the model-referenced adaptive control system (MRAS) developed by Dubowsky et al. has been investigated from the simulation analysis of the systems using such dynamic models as a simple linear 2nd-order type manipulator, a single degree-of-freedom linkage type one, and a 2-degree-of freedom polar coordinate type one.

When the tuning gains for the adaptive control of manipulator dynamics,  $K_p$  and  $K_v$ , are initially set at their ideal values, good performance of MRAS can be obtained over a wide range of configurational motions and inertia payloads, whether there is the nonlinear complex and coupled nature of the manipulator dynamics or not.

Simulation results show that the practical limitation of the MRAS algorithm in high speed manipulator applications lies in  $P$  (normalized frequency)  $\leq 2$ , and also that the offset due to the gravity effect can be improved by adding the I-action parallel to the  $K_p$  (position gain).

The applications of the MRAS concept to so called automatic-tuning process control can be sufficiently expected in the sense that good settings of the parameters (feedback gains) are possible without the complex identification system about processes.

**Key words:** model-referenced adaptive control system, linkage-type manipulator, polar coordinate type manipulator, feedback gain, payload, simulation, integral-action.

### 1. 緒 言

最近のロボット運動制御に見られるように、生産性向上からの要求により機械運動の高速化・高精度化のための動力的制御が注目されている<sup>1)</sup>。

多自由度ロボットアーム系は幾何学的にも力学的にも複雑な干渉系であり、その運動はコリオリ力を含む非線形方程式で記述される。その上、姿勢変化に伴う

負荷変動を生ずる<sup>2)</sup>。こうした可変パラメータの非線形干渉運動系に対する有効な制御法の一つが柔軟な制御動作をもつソフトウェア・サーボ<sup>3)</sup>である。信頼性ある機構運動の高速化には、機械系の動特性を駆動源側に効率的に反映させることが重要であり、こうした面からの高速演算アルゴリズムの開発が期待される<sup>4)</sup>。

高速運動のためのソフトウェア・サーボとしては、モデル規範型適応制御 (MRAS)<sup>5)</sup>、スライディング・

\* 昭和61年10月7日、日本機械学会第64期全国大会講演会（山口大学工学部）にて発表。

\*\* 機械工学科

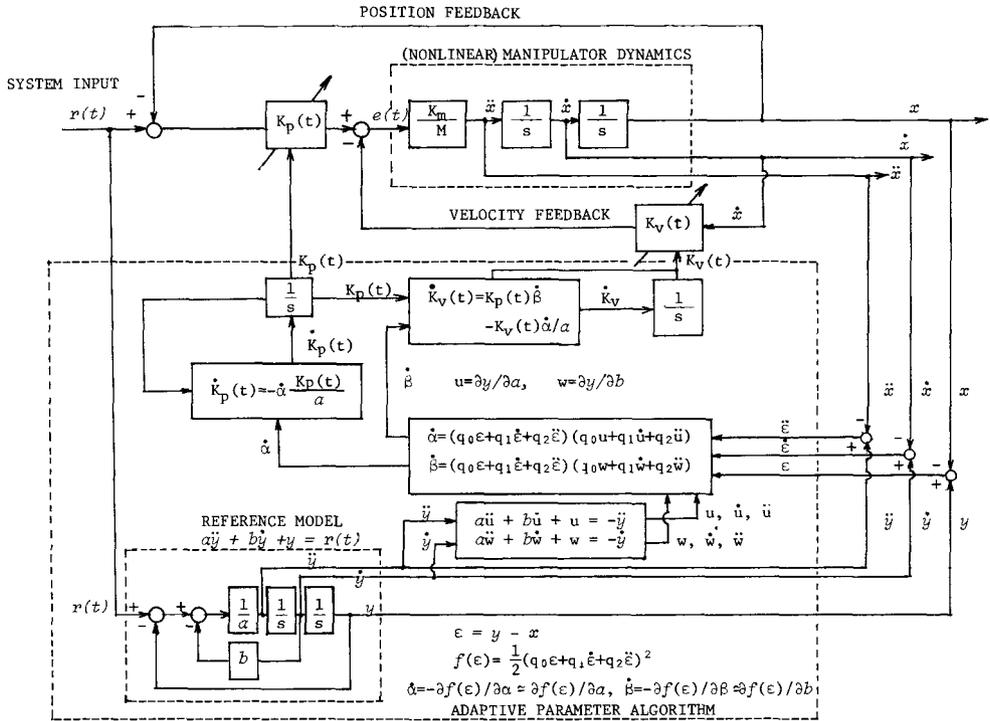


Fig. 1 Adaptive control system block diagram developed by Dubowsky<sup>7)</sup>.

モード制御<sup>6)</sup>、最短時間制御<sup>5)</sup>の各方式が挙げられるが、本報では特に Dubowsky<sup>7)</sup>により提案された MRAS のアルゴリズムについて、その実用性（適応制御性）を関節型マニピュレータへの適用例で周波数応答性および過渡応答性の両面よりシミュレーションを通して検討してみた。また 2 自由度極座標型ロボットシステムの事例で慣性負荷変動や非線形力の影響についても考察してみる。

## 2. MRAS 演算原理

Dubowsky の提案した MRAS ブロック線図を図 1 に示す。この演算原理は、次式に示す線形 2 次系

$$a\ddot{y} + b\dot{y} + y = r(t) \quad (1)$$

に設定した規準モデルの出力特性（モデル特性は、 $a=1/\omega_n^2$  および  $b=2\zeta/\omega_n$  であるので、固有角振動数  $\omega_n$  と減衰係数  $\zeta$  の 2 パラメータで規定される） $y, \dot{y}, \ddot{y}$  に、次式で示される

$$\left\{ \frac{M}{K_m} \cdot K_p(t) \right\} \ddot{x} + \left\{ \frac{K_v(t)}{K_p(t)} \right\} \dot{x} + x = r(t) \quad (2)$$

$$\alpha(t) \quad \beta(t)$$

制御対象（この場合、慣性項  $M$ 、駆動トルク  $K_m$  としたマニピュレータ）の動特性出力  $x, \dot{x}, \ddot{x}$  を一致させるよう（すなわち  $\delta_1 = \alpha(t) - a \rightarrow 0$ 、 $\delta_2 = \beta(t) - b \rightarrow 0$ ）、速度フィードバックおよびフィードフォワードゲイン ( $K_v(t), K_p(t)$ ) を調節することにある。

その調節則は、修正誤差  $e(t) = y(t) - x(t)$  とその微分量 ( $\dot{e}, \ddot{e}$ ) からなる 2 次の誤差関数

$$f(e) = (q_0 e + q_1 \dot{e} + q_2 \ddot{e})^2 / 2 \quad (3)$$

を最小化するために、 $f(e)$  面上 ( $f(e)$  は  $\delta_1, \delta_2$  の関数でもある) を次式で示す最大傾斜の勾配ベクトル

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\partial f / \partial \alpha = \partial f / \partial a \\ \dot{\beta} &= -\partial f / \partial \beta = \partial f / \partial b \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

で減少降下することに立脚しており、規準モデルの出力 ( $-\dot{y}, -\ddot{y}$ ) より次式に従って

$$\left. \begin{aligned} a\ddot{u} + b\dot{u} + u &= -\ddot{y} \\ a\ddot{w} + b\dot{w} + w &= -\dot{y} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

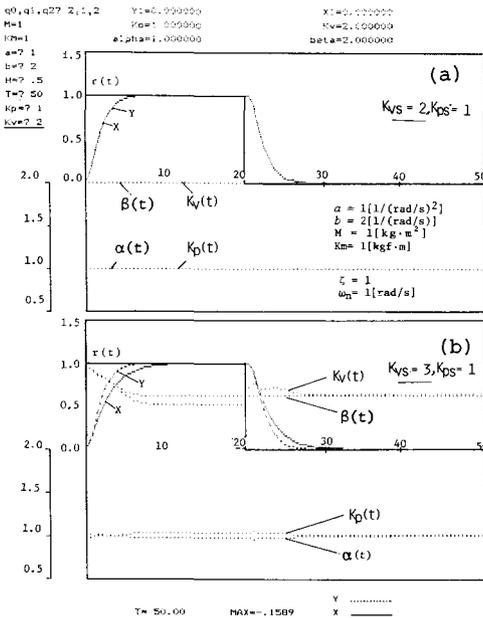
適応制御基本量  $u (= \partial y / \partial a)$ 、 $\dot{u}$ 、 $\ddot{u}$  および  $w (= \partial y / \partial b)$ 、 $\dot{w}$ 、 $\ddot{w}$  を演算することが、このアルゴリズムの特徴である<sup>8)</sup>。

状態方程式で MRAS を記述すると、次のように機

能を特徴的に分離できる。

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/a - b/a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/a & b/a & -1/a - b/a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1/a & 0 & 0 & -1/a - b/a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{\alpha}/a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{\alpha}/a \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/a \\ 0 \\ -1/a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_p \beta \end{bmatrix} r(t) \quad (6)$$

また可変ゲインを含むダイナミクス部は



**Fig. 2** Dynamics response  $X$  to reference model output  $Y$ , position and velocity feedback gains  $K_p$  and  $K_v$  and adaptive tracking parameters  $\alpha$  and  $\beta$ .

(a) Response for  $K_{vs}$  (initial value of  $K_v$ ) = 2[s].

(b) That for  $K_{vs}$  = 3[s].

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_m \cdot K_p/M & -K_m \cdot K_v/M \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ K_m K_p/M \end{bmatrix} r(t) \quad (7)$$

$$z = \{y_1, y_2, u_1, u_2, w_1, w_2, K_p, K_v\}^T \quad (8)$$

$$x = \{x_1, x_2\}^T$$

この制御方式の特徴は、図1から分るように制御対象を同定することなく、マクロ的には状態フィードバックゲイン ( $K_p$ ,  $K_v$ ) の調節で最適適応させることにあるので、オフラインシステム用の最適レギュレータ<sup>9)</sup> に対して、一種の動的レギュレータ制御といえる。

### 3. 結果および考察

#### 3.1 線形1自由度系に対する適応制御性

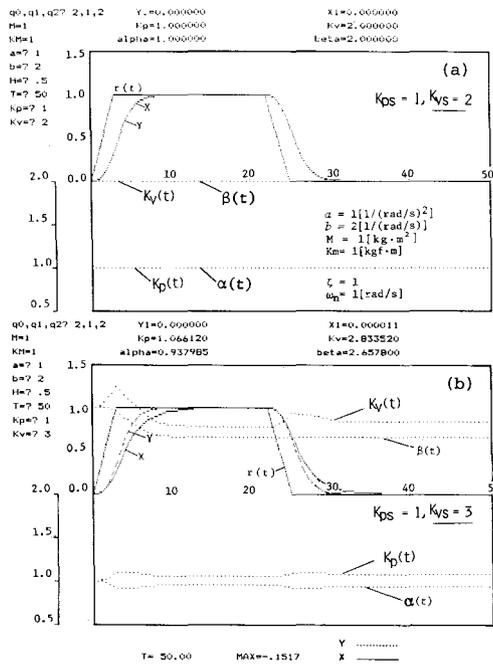
##### 3.1.1 定形波入力に対する適応制御性

図2は、ルングクッタ法により規準モデルパラメータを  $\zeta=1$ ,  $\omega_n=1$  [rad/s] (従って  $a=1$  [s<sup>2</sup>],  $b=2$  [s<sup>2</sup>]) に設定した場合、矩形波入力  $r(t)$  に対する規準モデルと線形2次マニピュレータの応答解析結果を示す。但し、負荷慣性  $M=1$  [kg·m<sup>2</sup>], モータ出力トルク  $K_m=1$  [kgf·m] とする。図中の  $K_p(t)$ ,  $K_v(t)$  は可変ゲインの時間依存性を、 $\alpha$  および  $\beta$  はパラメータ  $a, b$  に対するダイナミクス側の適応係数の時間依存性を示す。同図(a)は  $K_p=1$ ,  $K_v=2$  [s] に初期設定した場合の制御応答で完全適応状態を示す。このことは、マニピュレータ側特性 (式(2)) と規準モデル特性 (式(1)) において、 $a=\alpha=M/(K_m \cdot K_p)=1$  [s<sup>2</sup>], および  $b=\beta=K_v/K_p=2$  [s] でパラメータ相互間が理想的に一致することから理解される。同図(b)は、 $K_p=1$ ,  $K_v=3$  [s] に初期設定した場合で、(a)に比べると過渡状態で  $y-x$  間に多少のずれがみられる。また、注目すべきは、 $\alpha=0.93$ ,  $\beta=2.7$ , すなわち  $\delta_1=a-\alpha=0.07$  [s<sup>2</sup>],  $\delta_2=b-\beta=-0.7$  [s] で多少のずれがあっても適応することである。本例のように  $K_v$  の初期値を増せばマニピュレータ側の応答が遅れ、逆に減らすと進む傾向が見られ、過渡応答における適応制御性は  $K_p$ ,  $K_v$  の初期値に強く依存することが分る。

図3は台形波入力に対する制御応答で、同図(a)は  $a=\alpha=1$  [s<sup>2</sup>],  $b=\beta=2$  [s] に可変ゲインを初期設定した場合で ( $K_p=1$ ,  $K_v=2$  [s]), 図2(a)と同様完全適応状態を示す。同図(b)は  $K_p=1$ ,  $K_v=3$  [s] に初期設定した場合で、図2(b)と同様パラメータ間に多少のずれがあっても ( $\delta_1=a-\alpha=0$ ,  $\delta_2=b-\beta=-0.6$  [s]) 最終的には適応していることが分る。

##### 3.1.2 周波数入力に対するMRASの適応制御性

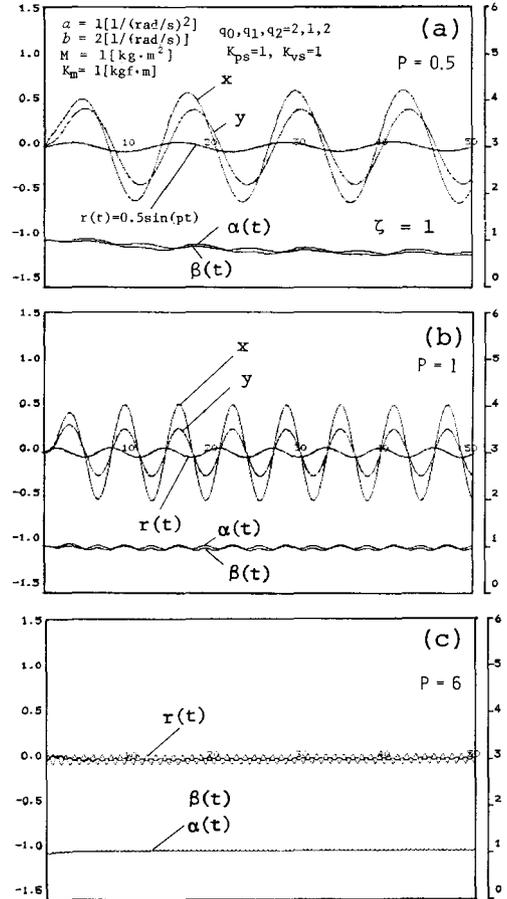
次に  $r(t)=0.5 \sin pt$  (無次元周波数  $p=\omega/\omega_n$ ) の正弦波入力に対する適応制御性を検討する。



**Fig. 3** Dynamics response  $X$  to reference model output  $Y$ , position and velocity feedback gains  $K_p$  and  $K_v$ , and adaptive tracking parameters  $\alpha$  and  $\beta$ . (a) Response for  $K_{ps}=2[\text{s}]$ . (b) That for  $K_{vs}=3[\text{s}]$ .

図4(a)は  $K_p=1, K_v=1[\text{s}]$ ,  $\zeta=1, p=0.5$  に関する結果であり、この場合規準モデル応答  $y(t)$  に比べてダイナミクス応答  $x(t)$  の方が位相に進み、振幅  $|X|$  も若干大きくなっている。同図(b)は、 $p=1$  (共振下) に関する結果で  $y-x$  間の位相差はあまり見られないが、振幅間は  $|X| \approx 2|Y|$  の状態である。同図(c)は  $p=6$  の過共振領域の結果で、モデル側のゲイン低下のためダイナミクス側も殆んど応答出力のない状態である。

図5は、 $a=1[\text{s}^2]$ ,  $b=1[\text{s}]$  (すなわち  $\omega_n=1[\text{rad/s}]$ ,  $\zeta=0.5$ ),  $K_p=1$ ,  $K_v=1[\text{s}]$ ,  $M=1[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$ ,  $K_m=1[\text{kgf}\cdot\text{m}]$ , 誤差関数重み係数を、 $q_0=2, q_1=1[\text{s}]$ ,  $q_2=2[\text{s}^2]$  とした場合の適応制御性を  $p=0.1 \sim 10$  の範囲で調べた結果を示す。周波数入力に対する適応制御性を評価するパラメータとして、 $X/Y$  (規準モデル出力振幅  $Y$  に対するダイナミクス側出力振幅  $X$  の比),  $\angle X/Y$  (モデル側とダイナミクス側位相差),  $e^2 = \int_0^T (Y-X)^2 dt$  (1周期における2乗制御面積), および  $\alpha(t) = M/(K_m \cdot K_p(t))$ ,  $\beta(t) = K_v(t)/K_p(t)$  を用いた。



**Fig. 4** Frequency response  $X$  to sinusoidal reference model output  $Y$  as a parameter of normalized frequency  $p$ .

$\angle X/Y$  特性に関しては、 $p < 1$  では位相進みが、 $1 < p < 6$  では位相遅れが、 $p = 1$  および  $p > 6$  では  $\zeta$  の如何にかかわらず 0 となる。また図6に示すように、 $\zeta = 0.35$  の場合には、 $p < 1$  では逆に位相遅れが、 $1 < p < 4$  では位相進みが、 $p = 1$  および  $p > 4$  では 0 となっている。この様に共振 ( $p = 1$ ) を境とした低周波および高周波領域で、位相進みかあるいは位相遅れをとるのは、正弦波入力に対する規準モデルとダイナミクス側との位相特性差に起因すると考えられる。共振点および高周波領域で 0 となるのは両者が  $90^\circ, 180^\circ$  の定値をとるためと考えられる。

$X/Y$  特性に関しては、 $\zeta = 1$  の場合 (図5) に低  $p$  および高  $p$  領域で  $X/Y = 1$  をとり、 $p = 1$  付近で凸型の関数特性 (図6の  $\zeta = 0.35$  の場合には凹型) を示す

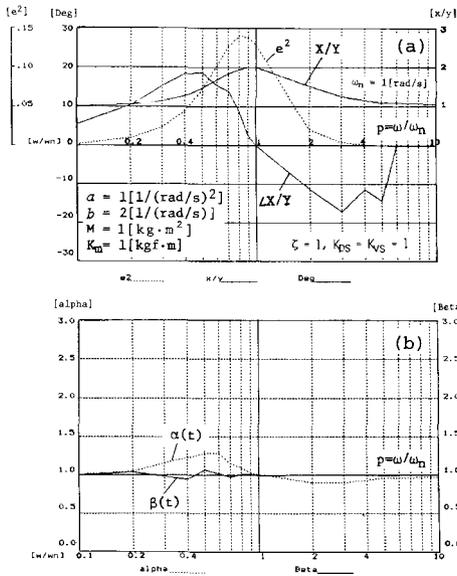


Fig. 5 Frequency characteristics of adaptive parameters  $e^2$ ,  $X/Y$ ,  $\angle X/Y$ ,  $\alpha$  and  $\beta$  for  $\zeta=1$ .

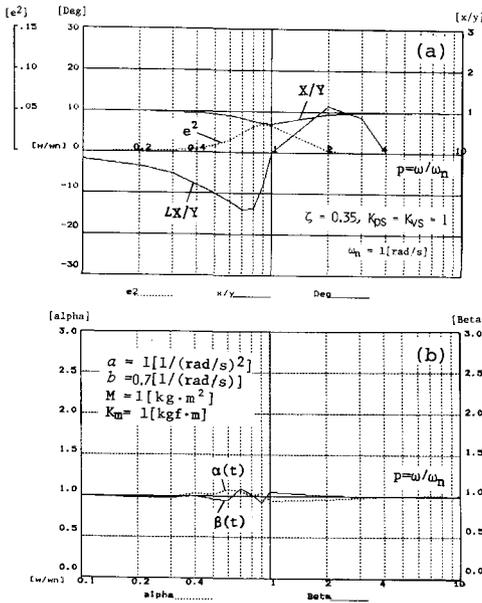


Fig. 6 Frequency characteristics of  $e^2$ ,  $X/Y$ ,  $\angle X/Y$ ,  $\alpha$  and  $\beta$  for  $\zeta=0.35$ .

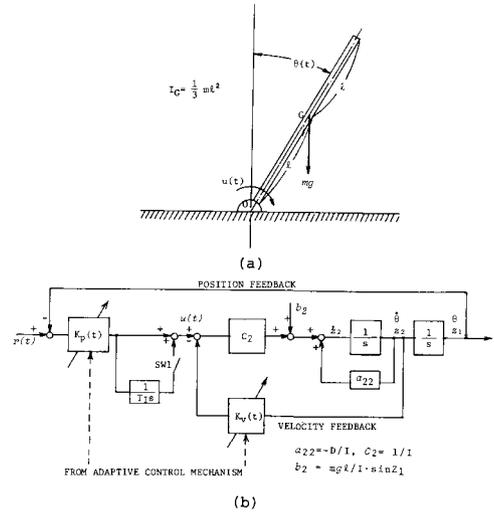


Fig. 7 (a) 1-degree-of-freedom-linkage manipulator. (b) Its adaptive control system block diagram.

のは規準モデルとダイナミクス側との応答敏感さの差に起因すると考えられる。

$e^2$  特性に関しては、 $p=1$  付近で大きな値をとるのは、 $\angle X/Y$  および  $X/Y$  特性に関する説明から明らかである。 $\alpha, \beta$  特性に関しては、低  $p$  および高  $p$  領域では  $\alpha=1, \beta=1$  に一致し、その中間領域で多少の変動幅が見られる。

いずれにせよ、図 4(c) に示すように  $p \leq 2$  では規準モデルのゲインが急激に低下するので、2 次系モデルの性質より  $0 \leq p \leq 2$  の範囲でこの MRAS は実用的と考えられる。規準モデルが  $\omega_n \gg 1$  に設定した場合でも同様のことが予測されるが、実システムにおける操作量の飽和性の問題や総演算処理時間等が周波数適性の現実的限界を与えるものと考えられる。

なお  $K_p=1, K_v=2[s]$  の理想条件に設定した場合には、当然のことながら全  $p$  領域にわたり  $\alpha=1, \beta=2, \angle X/Y=1, e^2=0$  の完全適応制御性が得られた。

### 3.2 1 関節リンクへの応用

以上の点をふまえて、次に図 7(a) に示す 1 関節リンクの姿勢  $\theta(t)$  の MRAS による制御性の問題について検討してみる。操作量  $u(t)$  (関節部での制御トルクに相当) に関する系の運動方程式は、軸 O 回りの慣性モーメントを  $I=4/3 \cdot ml^2$ , ダンピング係数を  $D$  とするとき

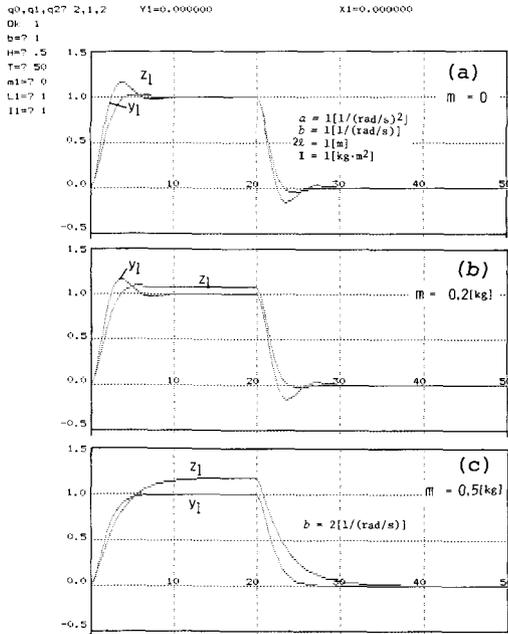


Fig. 8 Variation of adaptive control response  $z_1$  for the linkage type robot as a parameter of gravity effect  $m$ .

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -D/I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ mlg/I \cdot \sin z_1 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1/I \end{bmatrix} u(t) \end{aligned} \quad (9)$$

となり、重力項  $g \sin z_1$  に関する非線形式方程式となる。この式で記述されるダイナミクスを、上述の MRAS を適用することにより制御する場合のブロック線図を同図(b)に示す。 $a_{22} = -D/I$ ,  $b_2 = mlg/I \cdot \sin z_1$ ,  $c_2 = 1/I$  はダイナミクス特性のパラメータであり、可変ゲイン  $K_p(t)$ ,  $K_v(t)$  は MRAS よりの出力値を示す。

図 8 に、 $a=1[s^2]$ ,  $b=1[s]$ ,  $2l=1[m]$ ,  $I=1[kg \cdot m^2]$  に設定し、リンク質量  $m$  を変えた場合の制御応答を示す。同図(a)は  $m=0$ 、すなわち重力項を完全に無視した線形系の場合であるので、適応制御は当然可能である。しかし、同図(b), (c)に示すように、 $m=0.2 \text{ kg}$ ,  $0.5 \text{ kg}$  と重力効果を大きくするとオフセットが生じていく様子が見られる。このことは次のように理解される。可変フィードバックゲインを含むダイナミクス特性は

$$\begin{aligned} (I/K_p)\ddot{\theta} + (D+K_v)/K_p \cdot \dot{\theta} + \theta - (mlg/K_p)\sin \theta \\ = r(t) \end{aligned} \quad (10)$$

すなわち

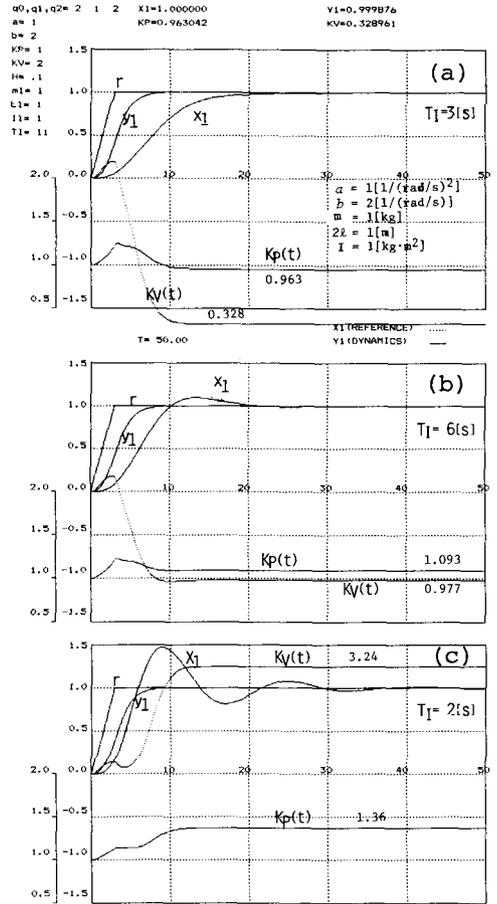


Fig. 9 Variation of adaptive control response  $x_1$  compensated by I-action with reset time  $T_I$ . (a)  $T_I=3[s]$ . (b)  $T_I=6[s]$ . (c)  $T_I=2[s]$ .

$$\alpha \ddot{\theta} + \beta \dot{\theta} + \theta - f(g, \theta) = r(t) \quad (11)$$

で記述され、このままでは重力項  $f(g, \theta)$  が残り、この MRAS の基本思想に適合しないからである。

この制御偏差の因となる重力項は、逆動力学法による通常のロボット制御ではその効果を打ち消すための重力補償演算をしなければならないが<sup>2)</sup>、ここでは I 動作機能を付加することにより (同図(b)の SW1 を ON にする) 比較的容易にオフセットが改善されることを示す。

この I 動作と可変フィードバックゲイン  $K_p$ ,  $K_v$  を含む場合のダイナミクス側の状態方程式は、I 動作のリセット時間を  $T_I$  とするとき

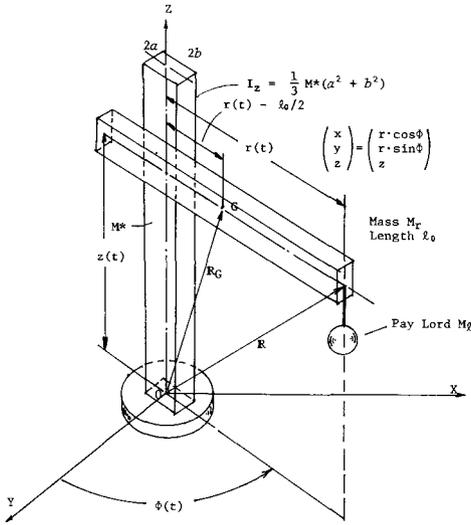


Fig. 10 Cylindrical coordinate robot with 3-degree-of-freedom ( $r$ - $\phi$ - $z$ ).

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -c_2 K_p / T_I & -c_2 K_p & a_{22} - c_2 K_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-m_l g / I) z_2 \cos z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_2 K_p / T_I \end{bmatrix} r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_2 K_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

与えられる。 $T_I$  をパラメータにした台形波状入力に対する制御応答結果は図9のようになるが、I動作によりオフセットが完全に改善されていることがよく分る。また  $T_I$  が小さくなるにつれ応答性が向上し、 $T_I \leq 2$  [s] では不安定となる傾向はPI制御の特徴といえる。同図(b)のように良好な制御応答下では  $K_p = K_v = 1$  と互いに一致しているが、同図(c)の場合には  $K_p \neq K_v$  であり、特に(a)から(c)へと応答性が改善するにつれて速度フィードバックゲイン  $K_v$  値が高くなる傾向が見られる。

なお図説は省略するが、2関節リンク系では、姿勢の変化に伴う慣性負荷変動には十分適応制御できるが、重力項によるオフセットが生じた。この点はI動作機能の付加により1リンク系と同様に改善される。

### 3.3 2自由度(極座標型)ロボットへの応用

図10は3自由度円筒座標型マニピュレータを示す。アームの質量を  $M_r$ 、その長さを  $l_0$ 、負荷相当質量を  $M_l$ 、

その座標を  $r(t)$  および  $z(t)$ 、 $z$  方向支柱の質量を  $M^*$ 、その質量慣性モーメントを  $I_z$ 、回転変位を  $\phi(t)$  とするとき、系の運動方程式はLagrange方程式<sup>9)</sup>より以下のように記述される。

$r, \phi, z$  方向の単位ベクトルを  $u_r, u_\phi, u_z$  とするとき、ペイロード  $M_l$  の速度  $v$  およびアームの重心  $G$  の速度  $v_G$  は

$$\left. \begin{aligned} v &= \dot{R} = \dot{r}u_r + r\dot{\phi}u_\phi + \dot{z}u_z \\ v_G &= \dot{R}_G = \dot{r}u_r + (r(t)-l)\dot{\phi}u_\phi + \dot{z}u_z \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

また系の運動エネルギー  $T$  およびポテンシャルエネルギー  $U$  は

$$\left. \begin{aligned} T &= v^T M_l v / 2 + v_G^T M_r v_G / 2 + I_z \dot{\phi}^2 / 2 \\ U &= (M_l + M_r) g z(t) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

であるので、 $r, \phi, z$  方向の操作力および制御トルクをそれぞれ  $K_r(t), M_\phi(t), K_z(t)$  とするとき、系の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} d/dt(\partial T/\partial \dot{r}) - \partial T/\partial r + \partial U/\partial r &= K_r(t) \\ d/dt(\partial T/\partial \dot{\phi}) - \partial T/\partial \phi + \partial U/\partial \phi &= M_\phi(t) \\ d/dt(\partial T/\partial \dot{z}) - \partial T/\partial z + \partial U/\partial z &= K_z(t) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

より、結局

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \ddot{r} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ f_1(X) \\ x_4 \\ f_2(X) \\ x_6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M_r + M_l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k^* - M_l l_0 x_1 + (M_l + M_r) x_1^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M_r + M_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

となる。ただし

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_r \\ M_\phi \\ K_z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_r(t) \\ M_\phi(t) \\ K_z(t) - (M_l + M_r)g \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1(X) &= x_1 x_4^2 - \frac{M_r I_0}{2(M_r + M_l)} x_4^2 \\ f_2(X) &= \frac{-2\{(M_l + M_r)x_1 - M_r I_0 / 2\} x_2 x_4}{k^* - M_l l_0 x_1 + (M_l + M_r) x_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

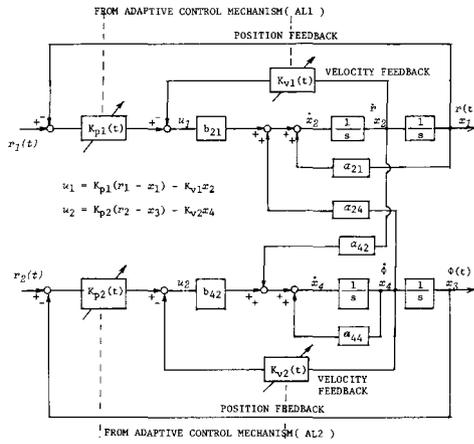


Fig. 11 Adaptive control system block diagram for the polar coordinate robot with 2-degree-of-freedom.

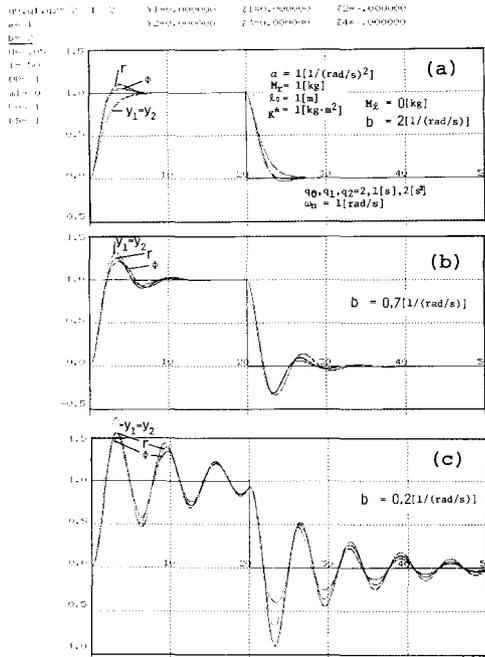


Fig. 12 Variation of adaptive control responses  $r$  and  $\psi$  with  $b=2\zeta/\omega_n$ .  
 (a)  $b=2[1/(\text{rad/s})]$ .  
 (b)  $b=0.7[1/(\text{rad/s})]$ .  
 (c)  $b=0.2[1/(\text{rad/s})]$ .

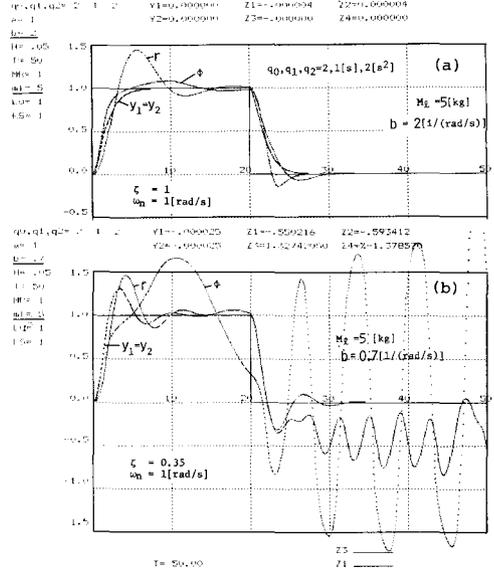


Fig. 13 Variation of adaptive control responses  $r$  and  $\psi$  as a parameter of  $b$ .  
 (a)  $b=2[1/(\text{rad/s})]$ .  
 (b)  $b=0.7[1/(\text{rad/s})]$ .

$$k^* = M_r I_0^2 / 4 + I_z \quad (19)$$

状態方程式(16)において、第2行( $x_2 = \dot{r}$ )と第4行( $x_4 = \dot{\varphi}$ )に注目すると、 $r (=x_1)$ と $\varphi (=x_3)$ に関する運動方程式は、非線形連成系<sup>9)</sup>であり、特に第4行の右辺第1項より $\varphi$ 方向の運動はコリオリ力( $x_2 x_4$ 項)の作用する干渉系である。一方 $r$ 方向の運動は第6行より明らかのように $r-\varphi$ 方向とは全く独立した線形系であり、その適応制御は前節の結果より容易に可能である。従って本節では、座標間の干渉のある2自由度( $r-\varphi$ )極座標系のMRASに限定して言及してみる。

2自由度 $r-\varphi$ ダイナミクスにMRASを適用した場合の変換ゲインを含むシステムは図11のようになる。 $r$ 方向制御のための可変ゲイン $K_{p1}$ 、 $K_{v1}$ と $\varphi$ 方向制御のための $K_{p2}$ 、 $K_{v2}$ には互いに独立したMRASを適用している。ここにブロック線図の各要素は

$$\left. \begin{aligned} a_{21} &= x_4^2 \\ a_{24} &= \frac{-M_r I_0 x_4}{2(M_r + M_l)} \\ a_{42} &= \frac{-2(M_l + M_r)x_1 x_4}{k^* - M_r I_0 x_1 + (M_l + M_r)x_1^2} \\ a_{44} &= \frac{M_l I_0 x_2}{k^* - M_r I_0 x_1 + (M_l + M_r)x_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} b_{21} &= \frac{1}{M_r + M_l} \\ b_{42} &= \frac{1}{k^* - M_l l_0 x_1 + (M_l + M_r) x_1^2} \end{aligned} \right\}$$

従って可変ゲインを含むダイナミクスは、結局

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} - b_{21}K_{p1} & -b_{21}K_{v1} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & -b_{42}K_{p2} & a_{44} - b_{42}K_{v2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{21}K_{p1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{42}K_{p2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

図12は、ペイロード  $M_l=0$  の場合で、 $a=1/\omega_n^2=1[s^2]$ ,  $M_r=1[kg]$ ,  $l_0=1[m]$ ,  $k^*=1[kg \cdot m^2]$  に設定した場合の  $b=2\zeta/\omega_n$  をパラメータにした  $r-\phi$  制御応答を示す。(a) ( $\zeta=1$ ), (b) ( $\zeta=0.35$ ), (c) ( $\zeta=0.1$ ) いずれの場合も、良好な適応制御性がみられ、複雑な力学干渉のある系でもこの MRAS で十分制御可能であることを示している。

図13は、 $M_l=5[kg]$  とし、 $b=2\zeta/\omega_n$  をパラメータにして適応制御性を調べたものである。同図(a)は、 $\zeta=1$  に設定した場合であるが  $\phi$  方向はともかく  $r$  方向の応答に多少不安定性がみられる。一方、同図(b)は  $\zeta=0.35$  に設定した場合で、 $r$  方向は(a)の場合とほぼ同じ制御性が見られるが、 $\phi$  方向の制御に関してはステップ入力の除去後完全に不安定となっている。図12の  $M_l=0$  の場合と比較すると、ペイロードの負荷が増すにつれ不安定性が増し、特に振動的  $\zeta$  値に設定すると非常に不安定性が増すことがわかる。また図12より明らかなように、アーム系の姿勢の変化により慣性負荷はかなり変動するが、これに対しても十分適応制御しうることが分る。

ロボットアーム系の動特性は上述のとおり非線形で姿勢によりパラメータ変動するので、その安定性は単純には論じられない。一般的には局所的線形化によりロボットアーム系のもつ固有値を姿勢の変化に対応して調べることが考えられているが<sup>10)</sup>、この  $(r-\phi)$  極座標系の安定性に及ぼす負荷  $M_l$  の影響 (特に  $x_2 = \dot{r} < 0$  領域で  $\phi$  が不安定になっている点) については、運動方程式の制動項に着目して考察される。すなわち  $\phi$  方向の被適応系制御式は、式(21)より

$$\dot{x}_4 = \dot{\phi} = \frac{1}{k^* - M_l l_0 x_1 + (M_l + M_r) x_1^2} \{-2(M_l + M_r) x_1 x_2 + K_{v2} - M_l l_0 x_2\} x_4 - K_{p2} x_3 + K_{p2} r_2(t) \quad (22)$$

となるので、次の条件

$$0 \leq x_1 < \frac{k^* + (M_l + M_r) x_1^2}{M_l l_0}, \quad x_2 < 0 \quad (23)$$

に限定すると、 $M_l$  の増加はダンピング項  $x_4 (= \dot{x}_3 = \dot{\phi})$  の減衰係数<sup>11)</sup> を低めることに寄与することから理解される。

#### 4. 結 言

Dubowsky の MRAS の実用性を、1 自由度および 2 自由度系ダイナミクスの過渡応答と周波数応答の両面より検討した。

(1) 定形波入力に対する適応制御性は、調節ゲイン  $K_p$ ,  $K_v$  の初期値に依存する ( $K_p$ ,  $K_v$  の初期値を、規準モデルパラメータ ( $a=1/\omega_n^2$ ,  $b=2\zeta/\omega_n$ ) とダイナミクス側パラメータ ( $\alpha=M/(K_m \cdot K_p)$ ,  $\beta=K_v/K_p$ ) に一致するよう設定すれば、良好な適応制御性は当然得られる)。

(2) (1)に関連して) 周波数入力  $r(t)=0.5 \sin pt$  ( $p=\omega/\omega_n$  で  $\omega_n=1[\text{rad/s}]$ ) に対する適応制御性は  $p \leq 2$  の範囲内で良好である。

(3) 1 自由度関節リンク系の制御に関しては、重力項のためオフセットが生ずるが、I 動作機能をフィードフォワードゲイン  $K_p$  に付加することにより良好な適応制御性が得られる。

(4) コリオリ力など非線形力の作用する 2 自由度 ( $r-\phi$ ) 極座標系のロボット制御に関しては、座標間の干渉があるにもかかわらず良好な適応制御性が得られる。

(5) 慣性負荷などのパラメータ変動に対しては MRAS は十分適応制御できる。

#### 謝 辞

本研究に際して、伊賀康博氏 (現、サンエス) に助力を戴いたことを述べ、感謝の意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) 高野：ロボット運動の高速化技術，計測と制御，21-12, 34/40 (1982)。
- 2) 有本：ロボットのリアルタイム制御，システムと制御，29-9, 592/599 (1985)。
- 3) 井上：ソフトウェアサーボによるロボットの制御，81-713, 105/111 (1978)。
- 4) 遠山他：ロボットの CP 制御の高速化に関する研究，精密機械，51-2, 108/113 (1985)。
- 5) 遠山他：ロボットの高速化に関する研究，精密機

- 械, 48-5, 97/104 (1982).
- 6) 伊藤他: ロボットアームの滑り状態制御, 計測と制御, 25-1, 51/56 (1986).
  - 7) S. Dubowsky, 他: The application of Model-Referenced Adaptive Control to Robotic Manipulators, Trans. ASME, ser. G, 101, 193/200 (1979).
  - 8) D. DONALSON, 他: A Model Referenced-Parameter Tracking Technique for Adaptive Control System, Trans. IEEE on Applications and Industry, 82-63, 241/262, (1963).
  - 9) 日高, 川辺, 芳村, 他: 機械力学 (「現代機械工学シリーズ」), 朝倉書店 (近刊).
  - 10) 神谷: ロボットの高速化・高精度化, 精密機械, 51-11, 20/25 (1985).
  - 11) H. Kawabe 他: A Consideration of Vibration Damping Characteristics in Superplastic Materials, Bull. of Japan Soc. Prec. Engg. に掲載予定。