

# HIT 基礎物理学シリーズ

## 1. 力学 WORKBOOK

井上 光\*・尾崎 徹\*\*・鈴木 貴\*\*\*・中西 助次\*\*\*\*・細川 伸也\*\*\*\*\*

(平成23年10月29日受付)

### HIT Basic Physics Textbook Series

#### 1. Mechanics Workbook

Hikaru INOUE, Tōru OZAKI, Takashi SUZUKI, Suketugu NAKANISHI and Shinya HOSOKAWA

(Received Oct. 29, 2011)

#### Abstract

A series of textbooks on basic physics has been published in our Institute. The staffs responsible for the physics education of freshmen have edited and revised these textbooks and used them for the respective lectures, exercises and experiments in basic physics. In order to notify the characters of the textbooks, our concepts for editing them are to be described in series. In the first report, the textbook used for the physics exercise entitled “Mechanics Workbook” is introduced. The aim of the textbook is to attain the linking education from high schools to our Institute.

**Key Words:** linking education, exercise in basic physics

### 1. HIT 基礎物理学シリーズ

工科系の大学では、学生が物理学の考え方をしっかり学べることが大切である。本学では、新入生のための基礎的な物理科目の講義、演習、実験の授業方式について、これらを専任で担当する教員グループが常に検討を重ねている[1-5]。学生の目線と教員の視点の間には、当然と言えるのだが、しばしばギャップができる。ギャップを越えやすくするには適切な教材の用意が必要となる。授業方式を検討しながら、教員グループは上記の物理科目について自前の教科書を作成し改訂を重ねてきた。現在、図1の4冊の教科書がある。講義には「工科系のための基礎力学(第2版)」と「基礎物理WORKBOOK」、演習には「力学WORKBOOK(第2版)」、実験には「工科系のための物理学実験(第3版)」を使っている。これらをHIT基礎物理学シリーズと

呼びたい。その発行と改訂の一覧を付録1の表1に示す。

大学と学生の状況は常に変わりつつある。本学では、93年度の環境学部新設に続いて、94年度には基礎教育部門がなくされ、それまでの基礎物理担当教員は工学部の学科に所属するスタッフの集まりの「物理担当グループ」に再編された。これが上の教員グループである。スタッフが新しくなるようすも表1で一覧される。

このHITシリーズを実り多いものとしてゆくために、それぞれの教科書の作成経緯を個別に振り返り、作成の方針、内容の特色、今後の課題などをこの紀要に記したい。年度にわけるとして、今回は本学の「接続型教育」[1-3]で新入生が手にすることが多い「力学WORKBOOK」を取り上げる。

\* 元広島工業大学工学部教授  
\*\* 広島工業大学工学部電子情報工学科  
\*\*\* 広島工業大学工学部電気システム工学科

\*\*\*\* 広島工業大学工学部機械システム工学科  
\*\*\*\*\* 広島工業大学工学部建築工学科

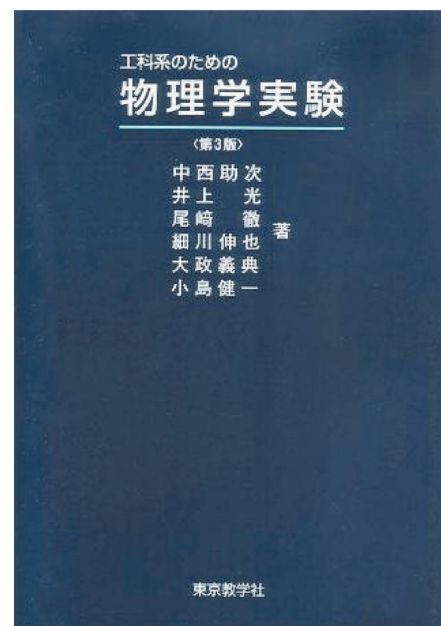
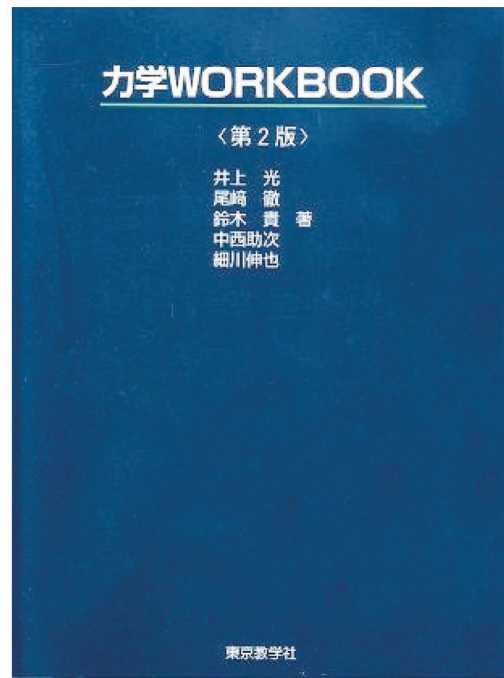
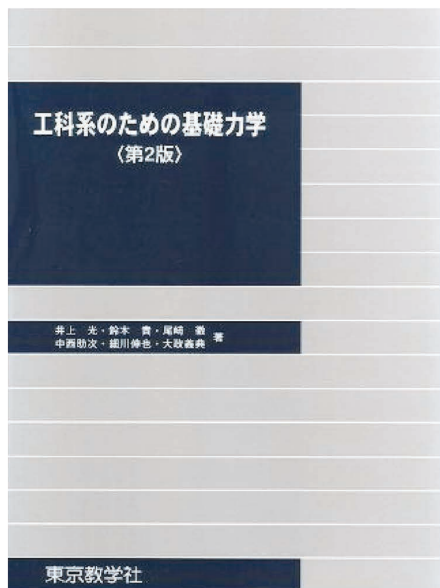


図1. HIT 基礎物理学シリーズ

## 2. 新入生の動向と本学の対応

20年以上前から、若い世代の理科離れが指摘され、大学進学への傾向も変わり始めた。新入生の学力が平均的に低下し、学習歴も多様化するのが認められた。本学でも、高校の理系科目を十分に履修していないと思える新入生が多くなり、理数系基礎科目の単位が取れない学生が増え始め

た。授業方式にも対応が迫られた。

当時、工学部1年次生には「工業基礎力学」が通年4単位の必修科目とされていた。この科目に合わせて、物理担当グループは95年度から週2回の補習授業を開始した。この試みは意欲の高い学生には特異的で明らかな成果を上げたが、単位にならないことで出席者が漸減し、平均的な基礎力を上げるのは難しかった。

2000年度には、工学部の学科の組織・名称・カリキュラムが改められた。物理担当グループは、工業基礎力学に代えて、当時の工学部全6学科に共通に「基礎物理学Ⅰ（1期）」、「基礎物理学Ⅱ（2期）」を設けた。特筆すべきは、このとき同時に必修科目で「基礎物理演習（1期）」を新設したことである。

これらの基礎的な物理科目が現在に引き継がれている。その後06年度に情報学部の新設および06年度（H18）と10年度（H22）の2度のカリキュラム改訂があり、基礎的な物理科目は3学部にも拡充開講されている。さらに、物理担当グループは基礎物理科目から専門科目への接続の調査と改善も行った。これらのようすは09年度の紀要教育編〔4〕で詳しく報告している。

### 3. 基礎物理演習と力学 WORKBOOK

基礎物理演習の目的は、さまざまな学習歴の新入生に、始めの半年間「学ぶための基礎づくり」の機会をつくることである。とくに、入学以前に物理を学ぶ時間を十分とれなかった（とらなかつた） 신입生に配慮する授業の試みである。接続型教育の呼び名はまだ耳新しかった。

신입生には、広く浅くではなく、後に続く専門科目を学ぶための物理の基礎力を鍛えることが求められている。知識として言葉や公式を覚えるだけではなく、方法を学ぶ取のようなトレーニングを積む必要があり、多くではなくとも、次のステップで確実に活かせる技法を会得することが望まれている。

この目的で、力学から始めることに異論はないであろう。質点の力学は、微積分法で扱う対象がまだ目に見える領分にあつて、この時期のトレーニングに最適である。無論、演習は学生が自主的に取り組む科目である。ここで、椅子に座ったままでなく、前にでて自分のプレーを示す学生となることも期待される効果のひとつである。

前期の基礎物理演習15回のコマをどうするかで、物理担当グループはたびたびミーティングを持った。まず、全クラスに共通の問題プリントを配布して共通の授業方式をとることで合意し、上述の構想を実現するための内容・順序・方法等で具体的なノウハウを出し合つて実施プランを練つた。プリントの素材の選定やクラス運営などは、学生の応答を見ながら進めた。初めの2年間は初期的な試行錯誤の時期でもあつた。実施のようすは01年度の紀要教育編〔1〕で詳しく報告している。

学生が（教員も）毎回区切りのある達成感を持てるように、内容の項立てを初回からテーマ1、テーマ2、・・・として、原則として1回に1テーマで数題ずつを解き進める形にした。2年間でテーマと問題の更新や順序の入れ替えの試行を重ねた。

このスタイルを保つて出来たものが、解きながら学ぶ力学の素材集であり、全15テーマの「力学 WORKBOOK」の初版である。手にしてパラパラ繰ると問題と余白のページが現れる自習用「宿題帳」の趣きのあるものとなつた。各テーマの総説的解説はできるだけ短くし、キーとなる事柄、ちょっとした留意事項、科学史のエピソードなどを Note m.n の形で独立なコラムにした。また、すべての問題にタイトルをつけて、問のねらいを学生が納得しやすようにした。類型的な演習書でもないで、力学 WORKBOOK と名付けた。

3年目からは基礎物理演習はこの WORKBOOK を使って授業できるようになった。また、学期の最初と最後に共通テストを行うことにした。続く2年間の実施のようすは03年度の紀要教育編〔2〕で詳しく報告している。

WORKBOOK を教室で使つてみると、あちこちに「軋み」が出てきた。教員側からは、この間でいつも時間をとる（難しすぎる）、この間は曖昧である（説明し難い）等々であつた。学生側では、解答が少ないのが共通の不満の種になつていた。これらの軋みのもとで、グループで話し合いながら、第2版の準備が進んでいった。

第2版は07年9月に発行し、実際には08年度の授業から使い始めた。初版の基本スタイルは第2版に引き継がれている。大きな変更は次の2点である。

- (1) 全体を24テーマとしたこと：基礎物理演習は1期で終わるが、2期には基礎物理学Ⅱが始まる。1期でついた習慣を2期でも維持できるようにとの期待が当初からあり、初版で「仕事とエネルギー」関連の3テーマを2期の講義のためにつけ加えてあつた。この3テーマ分の内容を6テーマ分に拡充し、さらにその後の講義もバックアップできるように基本的なテーマを追加した。建設工学科で06年度から基礎物理学Ⅱ演習（2期）が設けられたことも増補改訂の追い風となつた。
- (2) 解答を詳しくしたこと：初版では巻末の「解答とヒント」は至極簡単なものであつた。学生のクレームは当然と思いながら、「自分達で考える」ことに期待していた。しかし、第2版では適切な解答は理解へのキーステップと考え直して、問題との一体性を高める形に書き直した。テーマごとの解説と Note 類はなるべく簡潔にして、具体的なことは問題と解答から読み取れるようにした。つまり、解説・Note・問題・解答の4項目で補完し合つて1テーマを構成する形に整理し直した。

現在、基礎物理演習は第2版を使って実施している。06年度からは、初回のプレースメントテストで習熟度別クラスを編成し、成果を期末テストで判断している。実施のようすは09年度の紀要教育編〔3〕で詳しく報告している。

力学 WORKBOOK は他の大学、高専等でも授業に使われてきた。初版は学習院大学、群馬高専、北陸職能開発大学、静岡大学で、第2版は東京医科歯科大学、芝浦工業大学で採用された。

#### 4. 力学 WORKBOOK の内容

##### 初 版

初版は全体で15テーマ、1テーマは4～6題、1題は数個の発展小問の形としていた。テーマ1～3ではベクトル量の扱いと座標の使い方を、テーマ4、5では速度と加速度を微分法で扱うことを目標とした。ここでは運動の瞬間速度のイメージから微分演算に至るように問題を並べた。テーマ6～8で、放物運動を中心に、運動学から力学に移った。ここは加速度と力のイメージ形成が大切なところで、「高校物理に微積分を取り入れるならば」と考えた問題も含めた。ついで、テーマ9で万有引力、テーマ10で円運動と進めた。テーマ11では、運動方程式のいろいろな使い方を取り上げた。ここで仕事とエネルギーの着想にもつないだ。テーマ12は単振動として、微分方程式とその解の考え方の理解にあてた。テーマ13～15は仕事とエネルギーの問題とした。

##### 第2版

第2版では、前半部12テーマ分の内容は初版とほぼ同じであるが、円運動のテーマを前に出して運動学の続きに置いている。この変更は、運動学が先行の、「工科系のための基礎力学」の構成に合わせるためである。また、前期の間に最低でも万有引力までの10テーマを終えたいためでもある。

後半部では、エネルギーに関する事項にウエイトをおき、テーマ13～18を当てている。とくに、テーマ18は運動エネルギーと温度、水力発電、太陽エネルギーなどいろいろなエネルギー関連の変換問題を素材として、次の理工学領域へのつながりが想像できるものにしてある。テーマ19～23では質点系の運動と剛体の運動の基礎を扱い、テーマ24では運動座標系と見かけの力を取り上げている。

後半部の12テーマは「工科系のための基礎力学」に同調させながら、その基本的な事項だけを取り出したもので、独立な教科書としても使える形になっている。言い換えれば、1年次生向きの分量にまとめてあり、講義用に役立つこともできる。

2冊の教科書どうしは相互引用はしていないが、基礎力学の章末の演習問題には WORKBOOK の問題と似通ったものがあり、解答は概して基礎力学の方が詳しい。そのことを伝えれば、学生は両方の問題を解くようになる。

##### 内容の例

各テーマの構成例として、「テーマ5 加速度」を付録2に示す。先行する「テーマ4 速度」で微分計算の概念発生をたどっている。ここではその算法をもう1回（1階）進めることで順々に新しいイメージを描けるように問1～5を並べ、考え方を解答で補っている。解答は答そのものを与えているとは限らない。さらに、まもなく出てくる運動方程式に取り付きやすいように「Note 5.2 力だめし」タイプの小問を添えてある。

問4(2)の公式を覚えている新入生もいるが、その場で意味まで説明できる者は少ない。問5はその応用例であるが、唐突に与えられると解くのは難しい。厳密に言えば難しくなる計算を簡単な式で置き換えてみる例でもある。先行する問4の記号演算が有効なことを、学生はここで納得できるのではなかろうか。教室で、そのような話が期待される。さらに、問5の数値は後に「テーマ11 運動方程式の使い方」で力積、運動量、仕事、エネルギーのイメージをつかむ予備的な試算に再利用する。

各テーマは、独立性を保ちながら、このように積み上げや先取りの形で互いにつながっている。

#### 5. 演習科目の役割と今後の課題

基礎物理演習のスタートから12年が過ぎた。教室での使用経験4年の第2版でも軋みを感じられている。次の方針を考える段階であるが、基礎物理演習と力学 WORKBOOK が今後も備えてほしい要件がある。これまでの報告 [1-4] に加えて、学生との教室談義、教員どうしの話合い、素材立案時のねらいなどを改訂時に留意すべき原則的なことがらとして挙げてゆきたい。

ものごとの学習には「動機づけ」が根源的な大切さを持つであろう。学ぶことの目標は説明できるが動機は体験してもらおうしかない。「わかる」ことは動機づけにもなるであろう。わかるために挑戦してほしい。そして新しく「発見する」ことがあってほしい。この教科書はわかるとの信頼感ができることは大切である。そこまでのステップに大きすぎるギャップがないか、なおも検討が必要である。

問題の場面を明確にするために、付録2のように、目に見えるような数値例を多く使っている。一般論の前に、計算しやすい数値の組を使って試算する箇所もある。しかし、要所ごとに課題を抽象化するプロセスが大切である。これを両立させねばならない。甘口の問題の解き方だけを練習していても駄目で、抽象化にともなう知的な満足を経験して応用力が育つであろう。取り付きやすいが、それで分かったつもりになる「やさしい力学」がはまり易い欠陥を避けねばならない。

物理学自体は「ものごとをなるべく簡単にみる方法」を

探している。抽象化の動機づけのために学生にとときとき言ってみても、この説得はすぐには受け入れられない。高校物理をよくこなして、放物運動の問題などをサッと解く新入生が微分形式の運動方程式に戸惑っているときがある。「高校の方法ではいけないのですか」と聞き返される。「その知識は大切な資産です。今、その価値を再評価できるでしょう。」と答えて、続きを考えてもらう。学生が努力して修得しているものは、間違いでない限り、大切にすべきである。その学生はやがて両方の価値を認識する。

微積分法とその応用手法の修得はとくに大切である。上の話のように、運動方程式などの微分方程式は自然の法則を簡潔に表す方法のひとつである。身の周りではその解にあたる現象が実現していて、さまざまな見え方をする。始めにわかるのはひとつの特解である。学生が自分の力で探りまわって、この仕組みを納得し、自然界の知識に組み立て方と要約の仕方があると知れば大きな前進である。

大学は学生の目線と教員の視点が近づいたり離れたりしつつ協同作業を進める場と考えよう。離れすぎるとうまくゆかない。演習はそのようすが比較的確かめやすい授業である。デジタル化したプレゼンテーション以前に、昔ながらの白紙と鉛筆の地道な手作業やチョークと黒板のたどたどしくとも臨機応変の対話は今後も尊重されるべきである。

新入生達の学力は実に幅が広い。力学 WORKBOOK を自力でサッサと最後までやり終えて自信をつけた学生がいた。物理後発組でも、1 期の間に力学を始めから微積分ベースで学んで、先発組よりも望ましいレベルに達する学生もいる。他方には、やる気がなくて伸びない学生もいる。内発的な意欲がもっとも大きな推進力である。意欲と学力の幅は教員側に期待と同時に困惑をもたらす。平均どころをつかむのに毎年違う経験がある。教科書は協同作業のレベルをできるだけ上へ引き上げて、安定させるものであってほしい。

力学 WORKBOOK 第2版は中学程度の理科の知識と高校の数学Ⅱ程度の計算力からでも入れるようになっている。平均どころの学力で意欲のある学生は十分伸びて、大多数は自分の到達レベルを納得できているようである [3, 4]。

終わりのアンケートでは「やや難しい」との回答が多いが、これ以上やさしくない方がよい、というのが教員側の多数意見である。

基礎物理学Ⅱでも演習を行いたいとの要望がある。これは建設系2学科ではすでに実現していて、2期の授業で成果をあげている。今後、専門科目への接続をよくする方向で検討したい課題である [4]。

学生が満足を感じる学び方ができる教科書とすることが大切である。あのとき練習したのがよかったと思り返すこともあるような力学 WORKBOOK にすることを著者らは望んでいる。

## 謝 辞

HIT 基礎物理学シリーズの刊行では、鳥飼社長をはじめ東京教学社の皆さんに長年にわたって並々ならぬご尽力を頂いています。ここに深い感謝の意を表します。

## 文 献

- [1] 井上 光, 尾崎 徹, 鈴木 貴, 中西助次, 茂木博, 森滝美治郎, 接続型教育を目指して 第1報 基礎物理演習を通して, 広島工業大学紀要 教育編, 第1巻, 2002, p. 91-102.
- [2] 井上 光, 尾崎 徹, 鈴木 貴, 中西助次, 茂木博, 森滝美治郎, 接続型教育を目指して 第2報 基礎物理演習の実践, 広島工業大学紀要 教育編, 第3巻, 2004, p. 57-69.
- [3] 鈴木 貴, 尾崎 徹, 井上 光, 大政義典, 細川伸也, 北野保行, 接続型教育を目指して 第3報 基礎物理演習の教育効果, 広島工業大学紀要 教育編, 第9巻, 2010, p. 19-25.
- [4] 尾崎 徹, 鈴木 貴, 大政義典, 北野保行, 細川伸也, 接続型教育を目指して 第4報 基礎物理科目から専門科目への接続の調査と改善, 広島工業大学紀要 教育編, 第9巻, 2010, p. 27-36.
- [5] 藤岡 淳, 尾崎 徹, 接続型教育を目指して 第5報 入学前セミナーの物理テキストの改訂, 広島工業大学紀要 教育編, 第10巻, 2011, p. 11-19.

## 付録1 物理担当グループで作成した教科書

1995年以降に物理担当グループで作成した教科書を表1に挙げる。現在採用中のものを太字で示す。出版社はすべて東京教学社である。同社以外の出版社の場合は（ ）で示す。

表1 教科書作成年表

科目	年/月	書名	執筆者 *は著者代表
講義	1995/ 3	工学系基礎課程 力学	小西輝昭*, 北中愛海, 中西助次, 森滝美治郎, 浅井慎
	2001/ 1	工科系基礎力学	井上光, 中西助次*, 浅井慎, 鈴木貴
	2006/ 2	工科系のための基礎力学	井上光, 中西助次*, 尾崎徹, 鈴木貴, 細川伸也
	2010/ 3	<b>同 第2版</b>	<b>井上光, 鈴木貴, 尾崎徹*, 中西助次, 細川伸也, 大政義典</b>
	2007/ 3	<b>基礎物理 WORKBOOK</b>	<b>尾崎徹</b>
演習	2002/ 3	力学 WORKBOOK	井上光*, 尾崎徹, 鈴木貴, 中西助次, 森滝美治郎
	2007/ 9	<b>同 第2版</b>	<b>井上光*, 尾崎徹, 鈴木貴, 中西助次, 細川伸也</b>
実験	1995/ 4	物理学実験 (電話印刷)	広島工業大学工学部 物理学実験室編
	1997/ 3	物理学実験 (学術図書出版)	広島工業大学工学部 物理学実験室編
	2003/ 4	工科系のための物理学実験	中西助次*, 井上光, 尾崎徹
	2006/10	<b>同 第2版</b>	中西助次*, 井上光, 尾崎徹, 細川伸也
	2011/ 4	<b>同 第3版</b>	<b>中西助次, 井上光, 尾崎徹*, 細川伸也, 大政義典, 小島健一</b>

## 付録2 力学 WORKBOOK の内容の例

ひとつのテーマは解説・Note・問題・解答の4項目で補完し合っている。問1～5は各1ページ分の余白つきである。

## テーマ5 加 速 度

速度の時間変化率を加速度と呼ぶ。純粋な等速度運動はめったにない。ほとんどすべての運動には加速度がともなう。運動方程式 質量×加速度＝力 は加速度と力の関係を示している。力(合力)がゼロでないとき、加速度が発生する。

運動する物体の位置ベクトル  $\mathbf{r}(t)$  [m] を時間  $t$  [s] で微分すると物体の速度ベクトル  $\mathbf{v}(t)$  [m/s] が得られる。この  $\mathbf{v}(t)$  を  $t$  で微分すると物体の加速度ベクトル  $\mathbf{a}(t) = a_x(t)\mathbf{i} + a_y(t)\mathbf{j} + a_z(t)\mathbf{k}$  [m/s<sup>2</sup>] が得られる。 $\mathbf{a}(t)$  は  $\mathbf{r}(t)$  を  $t$  で2回微分したものである(2階微分ともいう)。加速度の数学的な定義はこれで十分である。

力学の理解を深めるためには加速度のイメージ形成が大切である。これは実例を通して行うのがよい。まず、テーマ4と同様に、1次元の運動を考える。

## Note 5.1. 加速度の表し方

$x$  軸方向の成分の定義：

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} \quad \text{このときは } v_x(t) = \frac{dx}{dt} \text{ と組み合わせる。}$$

$$= \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad x(t) \text{ を } t \text{ で2回微分するときの表現}$$

加速度の単位： $dv_x(t)$  [m/s] をさらに  $dt$  [s] で割っているので  $\frac{dv_x}{dt}$  [m/s<sup>2</sup>]

これを「メートル毎秒毎秒」と読む。

ベクトル表現での定義：

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} \text{ [m/s}^2\text{]} \quad \mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \text{ と組み合わせる。}$$

$$= \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$\mathbf{v}(t)$  を使わず、 $\mathbf{r}(t)$  を  $t$  で2回微分するときの表現

$$a(t) = \left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right| = \left| \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \right| \text{ [m/s}^2\text{]}$$

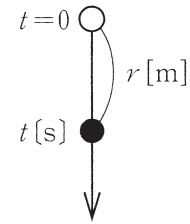
## Note 5.2. 力だめし

運動方程式では 質量 [kg]×加速度 [m/s<sup>2</sup>]=力 [N] の単位を使う。以下の各問に、力 [N] の試算例がある。それぞれの物体に作用する力はどこからくるのだろうか。力のベクトルを描き、「…から…に」の…を考えてみよう。

## 重力による加速

問1. 初速度ゼロから自由落下を始めた物体は時間  $t$  [s] の間に、鉛直線に沿って、距離  $r=4.9t^2$  [m] を進む。

- (1) 時間  $t$  [s] での速度  $v$  [m/s] を求めよ。
- (2) 時間  $t$  [s] での加速度  $a$  [m/s<sup>2</sup>] を求めよ。
- (3) 運動が鉛直線に沿うことは何を意味するか。
- (4) 物体の質量が 1 kg のとき、物体に作用する力の大きさを求めよ。



## 一様な加速

問2. 直線道路上を速さ 15 m/s で走っていた自動車が、20 秒かけてスピードを上げ、速さ 27 m/s になった。この間の加速は一様である(速度の変化率が一定である)とする。現在の進行方向を  $x$  軸の正の方向とする。

- (1) 加速度  $a$  [m/s<sup>2</sup>] を求めよ。
- (2) 加速中の速度  $v$  [m/s] を時刻  $t$  [s] で表わす式を求めよ。
- (3) 加速中の 20 秒間に進む距離  $x$  [m] を求めよ。
- (4) 自動車の質量が 1000 kg のとき、自動車に作用する力の大きさを求めよ。

## 減速は負の加速

問3. 直線道路で速さ 20 m/s で走っている自動車を 5 秒で停止させたい。減速を一様に行うとする。現在の進行方向を  $x$  軸の正の方向とする。

- (1) 加速度  $a$  [m/s<sup>2</sup>] を求めよ。
- (2) 加速中の速度  $v$  [m/s] を時刻  $t$  [s] で表わす式を求めよ。
- (3) 減速中の 5 秒間に進む距離  $x$  [m] を求めよ。
- (4) 自動車の質量が 1000 kg のとき、自動車に作用する力の大きさを求めよ。



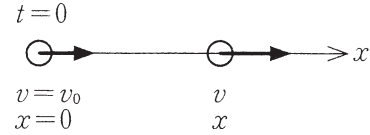
## テーマ5 加 速 度

## 公式を作る

問4. 時刻  $t=0$  s に位置  $x=0$  m にあった物体が、 $x$  軸に沿って一定の加速度  $a$  [ $\text{m/s}^2$ ] で運動し、 $t$  [s] 後に速度  $v(t)$  [ $\text{m/s}$ ] となり、位置  $x(t)$  [m] に達した。

$v(0)=v_0$ ,  $x(0)=0$  とする。

- (1)  $v$  と  $x$  を、 $a$ ,  $t$ ,  $v_0$  を使って表わせ。
- (2)  $a$  と  $t$  を、 $v$ ,  $x$ ,  $v_0$  を使って表わせ。



## 作った公式を使う

問5. ピッチャーからキャッチャーに秒速 40 m の直球が投げられた。ピッチャーはボールをほとんど直線的に 2.0 m 動かして手から離し、キャッチャーはミットを手前に 10 cm 引きながらこのボールを受けたとする。どちらの場合も、加速は一樣である(手からボールへは一定の力が加えられている)と仮定する。重力による軌道の曲がりも無視する。問4の結果を利用し、次の問に答えよ。

- (1) 投球時のボールの加速度  $a$  [ $\text{m/s}^2$ ] および加速時間  $t$  [s] を求めよ。
- (2) 捕球時のボールの加速度  $a$  [ $\text{m/s}^2$ ] および加速時間  $t$  [s] を求めよ。
- (3) ボールの質量が 150 g のとき、投球時および捕球時にボールに作用する力の大きさを求めよ。

## 解答とヒント

## テーマ 5 加速度

問 1. 重力による加速運動は、世界共通の、もっともありふれた加速運動である。

- (1)  $v = \frac{dr}{dt} = \dots$  距離  $r$  を時間  $t$  で微分すると速度  $v$  になる。
- (2)  $a = \frac{dv}{dt} = \dots$  速度  $v$  を時間  $t$  で微分すると加速度  $a$  になる。
- (3) 運動方程式 質量×加速度=力 で考えよう。この両辺はベクトルである。
- (4) 9.8 N Note 1.4 参照

問 2. 自動車の加速運動もごく日常的な加速運動である。一様の意味に注意すること。

- (1)  $a = 0.6 \text{ m/s}^2$  20 秒間での速度の変化を 1 秒当りに換算する。
- (2)  $t = 0$  で  $v = 15$ ,  $t = 20$  で  $v = 27$  となる 1 次式をつくる。
- (3)  $x = 420 \text{ m}$  距離を表わす式  $x(t)$  があるとすると、それを  $t$  で微分すると(2)で求めた式になるはずである。その  $x(t)$  をみつけて  $x(20)$  を計算する。これが  $v$  のグラフの下の面積になる。
- (4) 600 N

問 3. 減速の場合でも同様に考える。初めの進行方向を正とすると加速度は負になる。

- (1)  $a = -4 \text{ m/s}^2$  速度の変化とはいつでも、終りの速度－初めの速度 である。
- (2), (3), (4) 問 2 の場合から類推する。

問 4. このような問題の表現法になれることが必要である。(例えば、 $a = 2 \text{ m/s}^2$  との指定があれば、問題は(1)だけになる。(2)の意味は次の問 5 で納得されたい。)

- (1) まず、 $\frac{dv}{dt} = a$ ,  $\therefore v = at + c_1$ , 定数  $c_1$  は微分すれば消えるので何でもよいが、今は  $t = 0$  のときに  $v = v_0$  となるように決める。  $\therefore v = at + v_0 [\text{m/s}]$ .  
次に、 $\frac{dx}{dt} = at + v_0$ ,  $\therefore x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + c_2$ ,  $t = 0$  のとき  $x = 0$  なので、 $c_2 = 0$ ,  $\therefore x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t [\text{m}]$ ,  $c_1, c_2$  を  $t = 0$  の初期条件で決める考え方は今後もよく使う。
- (2) 上の  $v, x$  の式を  $a, t$  について解く。  $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} [\text{m/s}^2]$ ,  $t = \frac{2x}{v + v_0} [\text{s}]$

問 5. ボールの進む方向を正の方向とする。問 4 の(2)の式を使う。

- (1) 投球時は  $v_0 = 0$ ,  $x = 2.0 \text{ m}$ ,  $v = 40 \text{ m/s}$  とみなせるので、 $a = 400 \text{ m/s}^2$ ,  $t = 0.1 \text{ s}$
- (2) 捕球時は  $v_0 = 40 \text{ m/s}$ ,  $x = 0.1 \text{ m}$ ,  $v = 0$  とみなせるので、 $a = -8000 \text{ m/s}^2$ ,  $t = 0.005 \text{ s}$
- (3) 投球時は 60 N, 捕球時は 1200 N